

**Politechnika Poznańska**

**Wydział Informatyki i Telekomunikacji**

Autoreferat rozprawy doktorskiej

**Simultaneous Connections Routing  
in Wavelength-Space-Wavelength  
Elastic Optical Switching Fabrics**

**Algorytmy komutacji jednoczesnej w elastycznych  
optycznych polach komutacyjnych typu W-S-W**

**Autor:**

**mgr Atyaf Al-Tameemi**

**Promotor:**

**prof. dr hab. inż. Wojciech Kabaciński**

**Poznań 2020**

# Spis treści

<b>1</b>	<b>Wprowadzenie</b>	<b>2</b>
1.1	Wstęp . . . . .	2
1.2	Cel i teza pracy . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Elastyczne sieci optyczne</b>	<b>7</b>
2.1	Widmo optyczne i sposoby jego wykorzystania . . . . .	7
2.2	Szczelina częstotliwościowa . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Pola komutacyjne</b>	<b>11</b>
3.1	Wielosekcyjne pola komutacyjne . . . . .	11
3.2	Własności nieblokowalności . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Architektury elastycznych komutatorów optycznych (EOS) i stosowane modele</b>	<b>13</b>
4.1	Pola komutacyjne $WSW1(r, n, k)$ i $WSW2(p, q, r, n, k)$ . . . . .	13
4.1.1	Pole $WSW1(r, n, k)$ . . . . .	13
4.1.2	Pole $WSW2(p, q, r, n, k)$ . . . . .	14
4.2	Model stosowany w rozprawie . . . . .	15
4.2.1	Opis modelu dla pola $WSW1(r, n, k)$ . . . . .	16
4.2.2	Opis modelu dla pola $WSW2(p, q, r, n, k)$ . . . . .	18
<b>5</b>	<b>Warunki przestrajalności dla pola <math>WSW1(r, n, k)</math></b>	<b>19</b>
5.1	Pola $WSW1(2, n, k)$ z niewielką liczbą różnych szybkości transmisji . . . . .	19
5.1.1	Algorytm sterowania dla pola $WSW1(2, n, k)$ z niewielką liczbą różnych szybkości transmisji . . . . .	19
5.1.2	Warunki dostateczne przestrajalności pola $WSW1(r, n, k)$ dla $z$ różnych szybkości transmisji . . . . .	20

5.1.3	Warunki konieczne przestrajalności pola $WSW1(2, n, k)$ z połączeniami o dwóch szybkościach transmisji . . . . .	21
5.1.4	Algorytmy scalania . . . . .	21
5.1.5	Warunki wystarczające przestrajalności pola $WSW1(2, n, k)$ z połączeniami o dwóch szybkościach transmisji . . . . .	22
5.2	Warunki przestrajalności pola $WSW1(r, n, k)$ z dowolną liczbą różnych szybkości transmisji	23
5.2.1	Warunki przestrajalności dla pola $WSW1(2, n, k)$ . . . . .	24
5.2.2	Warunki konieczne przestrajalności pola $WSW1(3, n, k)$ . . . . .	24
5.2.3	Algorytmy sterowania dla pola $WSW1(3, n, k)$ . . . . .	26
5.2.4	Warunki wystarczające przestrajalności pola $WSW1(3, n, k)$ . . . . .	31
5.3	Pole $WSW1(r, n, k)$ z $r > 3$ . . . . .	31
5.3.1	Algorytm CA6 dla pola $WSW1(r, n, k)$ z $r > 3$ . . . . .	31
5.3.2	Algorytm CA7 dla pola $WSW1(r, n, k)$ z $r > 3$ . . . . .	33
<b>6</b>	<b>Warunki przestrajalności dla pól komutacyjnych <math>WSW2(p, q, r, n, k)</math></b>	<b>37</b>
6.1	Warunki konieczne przestrajalności pola $WSW2(p, q, r, n, n)$ . . . . .	37
6.2	Warunki wystarczające przestrajalności pola $WSW2(p, q, 2, n, n)$ . . . . .	38
6.2.1	Warunki wystarczające . . . . .	38
6.2.2	Algorytm CSSD . . . . .	39
6.3	Warunki wystarczające przestrajalności pola $WSW2(p, q, r, n, n)$ z $r > 2$ . . . . .	43
<b>7</b>	<b>Analiza i porównanie wyników</b>	<b>45</b>
7.1	Pola komutacyjne $WSW1(r, n, k)$ . . . . .	45
7.2	Pola komutacyjne $WSW2(p, q, r, n, n)$ . . . . .	48
<b>8</b>	<b>Wnioski</b>	<b>53</b>
<b>9</b>	<b>Publikacje</b>	<b>57</b>

---

# 1

## Wprowadzenie

### 1.1. Wstęp

Rozwój usług, takich jak transmisja w czasie rzeczywistym sygnałów wizyjnych o wysokiej rozdzielczości czy gry wizyjne (ang. *game streaming*), wymaga coraz większych szybkości transmisji, jednakże szybkość wzrostu ruchu nie zmniejsza się ze względu na ciągły rozwój techniczny. Dotychczas nowe technologie sprzętowe, takie jak procesory wielordzeniowe, wirtualizacja, pamięci sieciowe, wspierają wprowadzanie nowych aplikacji i usług. Aby sprostać wymaganiom stawianym przez Internet przyszłości, zaproponowano elastyczne sieci optyczne (EON). W sieciach EON stały podział widma na kanały, stosowany w konwencjonalnych sieciach WDM, został zamieniony podziałem na małe fragmenty widma, który wprowadza elastyczność w jego udostępnianiu połączeniom. Najmniejsza porcja widma, nazywana szczeliną częstotliwościową (FSU - ang. *frequency slot unit*), umożliwia zwiększenie tej elastyczności. Co więcej, w przeciwieństwie do sztywnych kanałów optycznych dostępnych w sieciach WDM, w sieciach EON ścieżka optyczna może elastycznie zwiększać lub zmniejszać zajmowane pasmo, w zależności od aktualnych wymagań. W ten sposób przychodzące żądanie może być obsłużone z efektywnym wykorzystaniem pasma. Połączenie zestawione w sieci EON pomiędzy węzłami końcowymi, musi zajmować sąsiednie szczeliny czasowe, a wymaganie to nazywa się ciągłością widma. W sieciach EON pasmo jest przypisywane do kanału optycznego w zależności od wymaganej szybkości transmisji, odległości, jakości drogi połączeniowej, oraz stosowanej modulacji.

Połączenia zestawiane w sieciach EON muszą być także obsługiwane przez węzły komutacyjne. W literaturze przedmiotu zaproponowano do tej pory kilka struktur elastycznych optycznych węzłów komutacyjnych, które różnią się między sobą budową, pojemnością i charakterystykami blokady. Niektórzy naukowcy rozważali komutatory zbudowane tylko z elementów BV-WSS (ang. *bandwidth-variable wavelength-selective switch*), które separują zmultipleksowane w jednym światłowodzie fale o różnych długościach do różnych światłowodów wyjściowych i przekazują je w różnych kierunkach. Urządzenia te nie mają możliwości konwersji długości fali przesyłanych sygnałów. Przy wykorzystaniu komutatorów BV-WSS każde połączenie musi zajmować te same zestawy szczelin częstotliwościowych w łączach wejściowych i wyjściowych. Inni badacze uwzględniali konwersję długości fali (lub widma), wykorzystywaną w sieciach WDM lub EON. Funkcja kon-

wersji długości fali w polu komutacyjnym polega na przeniesieniu sygnału z fali nośnej o jednej długości na inną. Urządzenia realizujące konwersję długości fali zwiększają elastyczność komutatorów w sieciach optycznych i zmniejszają prawdopodobieństwo blokady. Elementy te mogą być stosowane w wielosekcyjnych polach komutacyjnych, w których komutatory zorganizowane są w sekcjach, jak na przykład polu zaproponowanym przez Charlsa Closa. Zdefiniował on strukturę pola trzysekcyjnego dla systemów elektro-mechanicznych, które realizowały komutację w przestrzeni. C. Clos określił także wymaganą liczbę komutatorów w sekcji drugiej, która zapewnia, że dowolne żądanie połączenia pomiędzy dowolnym wolnym wejściem i dowolnym wolnym wyjściem zawsze może być zestawione z sukcesem. V.E. Beneš rozszerzył teorię Closa i wprowadził pojęcie nieblokowności w szerokim sensie (WNB), a warunki określone przez Closa nazwał nieblokownością w wąskim sensie (SNB).

W niniejszej rozprawie rozważamy dwa rodzaje elastycznych optycznych pól komutacyjnych, nazwanych WSW1 i WSW2. Budowa obu tych pól wywodzi się od pola Closa i składają się one z trzech sekcji. Sekcje pierwsza i ostatnia są oznaczane literą W (od angielskiego „*wavelength*”), ponieważ zawierają one przestrzajalne konwertery widma TSC (ang. *tunable spectrum converters*), które umożliwiają zmianę widma zajmowanego przez połączenia. Sekcja środkowa nie ma takich możliwości i przełącza połączenie tylko w przestrzeni (ang. *space*), stąd jest ona oznaczona literą S. Znane wyniki opracowane dla pól Closa nie mogą być bezpośrednio zastosowane w rozważanych w rozprawie polach o strukturze WSW, gdyż występują pewne istotne różnice, a podstawowe z nich to:

- Zamiast wyboru połączeń, które mają być zestawione przez jeden komutator sekcji środkowej, musimy znaleźć połączenia, które będą mogły być zestawione przez te same zestawy szczelin częstotliwościowych w łączach międzysekcyjnych.
- Połączenia, które wymagają kilku szczelin częstotliwościowych, muszą zajmować sąsiednie szczeliny.

Dlatego też, algorytmy i rozwiązania zaproponowane dla pól Closa nie mogą być bezpośrednio zastosowane w rozważanych w rozprawie polach komutacyjnych.

Tematem rozprawy jest zaproponowanie modelu opisu połączeń, który może być wykorzystany w polach WSW1 i WSW2 oraz algorytmów wyboru drogi połączeniowej, a także wyznaczenie warunków przestrzajności tego typu pól komutacyjnych. Pola WSW1 i WSW2 zostały zaproponowane wcześniej w literaturze oraz udowodniono warunki nieblokowności w wąskim (SNB) i szerokim (WNB) sensie. W polach nieblokownych w wąskim sensie możliwe jest zestawienie połączenia pomiędzy zestawem szczelin częstotliwościowych w dowolnym światłowodzie wejściowym a wolnym zestawem szczelin częstotliwościowych w światłowodzie wyjściowym, niezależnie od tego jaki jest stan pola oraz w jaki sposób jest wybierana droga połączeniowa. Pola tego typu wymagają jednak bardzo dużej liczby szczelin w łączach międzysekcyjnych i/lub komutatorów

w sekcji środkowej, zwłaszcza gdy maksymalna liczba szczelin częstotliwościowych jaka może być przypisana jednemu połączeniu jest duża. Dlatego też, liczba elementów komutacyjnych (punkty komutacyjne, komutatory) potrzebna do zbudowania takiego pola jest często nie do przyjęcia. Ich liczbę można zredukować przez zastosowanie przestrojeń. W polach przestrajalnych (RNB) również możemy połączyć dowolne zestawy szczelin na dowolnych wejściach i wyjściach, ale możemy przenosić, o ile jest to konieczne, zestawione już połączenia na inne drogi połączeniowe. Pola przestrajalne są zazwyczaj stosowane w komutacji pakietów, gdzie pakiety przesyłane są w sposób synchroniczny (ang. *slotted networks*) i docierają jednocześnie na wszystkich wejściach. Sposób komutacji, w której wszystkie żądania połączeń napływają do pola komutacyjnego w tym samym czasie, nazywa się komutacją jednoczesną. W niniejszej rozprawie rozszerzamy model komutacji jednoczesnej i koncepcję pól przestrajalnych na elastyczne optyczne pola komutacyjne oraz proponujemy zastosowanie modelu macierzowego do reprezentacji zestawu połączeń. Proponujemy także algorytmy wyboru drogi połączeniowej, które umożliwiają zestawienie dowolnego zestawu kompatybilnych połączeń w polu komutacyjnym, oraz określamy, jakie warunki musi spełnić pole, aby algorytmy te zawsze kończyły się sukcesem dla dowolnego zestawu połączeń na wejściu.

## 1.2. Cel i teza pracy

W pracy rozważamy dwie struktury pól komutacyjnych, WSW1 i WSW2, dla których wyznaczamy warunki przestrajalności. Każde z pól składa się z trzech sekcji. Sekcje pierwsza i trzecia składają się z komutatorów umożliwiających konwersję długości fali, natomiast komutatory sekcji drugiej umożliwiają komutację tylko w przestrzeni. Rozważamy model komutacji jednoczesnej i warunki przestrajalności umożliwiające jednoczesne zestawianie zestawu połączeń. Dla każdej ze struktur proponujemy kilka algorytmów zestawiania połączeń, wszystkie z nich wykorzystują dekompozycję zasobów sekcji środkowej w taki sposób, aby zapewnić możliwość zrealizowania wszystkich możliwych kombinacji połączeń.

*Celem pracy jest zaproponowanie efektywnych sposobów zestawiania zestawów kompatybilnych połączeń w polach komutacyjnych WSW1 i WSW2 i wyznaczenie odpowiednich warunków przestrajalności.*

Najpierw rozważamy algorytm podziału szczelin częstotliwościowych w łączach międzysekcyjnych pola WSW1 w przypadku, gdy obsługują one połączenia o ograniczonej liczbie klas (wymaganej szybkości transmisji) i mają tylko dwa wejścia i wyjścia. Następnie rozszerzamy otrzymane wyniki na pola z dowolną liczbą klas połączeń. Dla pól WSW1 i WSW2 obsługujących dowolną liczbę klas połączeń proponujemy w sumie dziewięć różnych algorytmów i wyprowadzamy dla nich warunki konieczne i wystarczające, przy których będzie możliwe zrealizowanie wszystkich możliwych kombinacji połączeń.

**Teza rozprawy: Algorytmy dekompozycji macierzy, zaproponowane do realizacji komutacji jedno-**

czesnej w trzysekcyjnych polach Closa nie mogą być bezpośrednio stosowane do zestawiania połączeń w polach WSW1 i WSW2, ale możliwe jest ich takie zmodyfikowanie, że mogą one realizować z sukcesem takie zestawy połączeń.



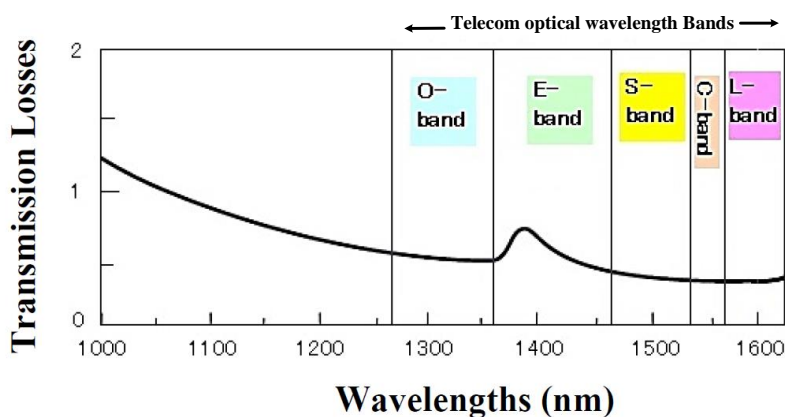


# 2

## Elastyczne sieci optyczne

### 2.1. Widmo optyczne i sposoby jego wykorzystania

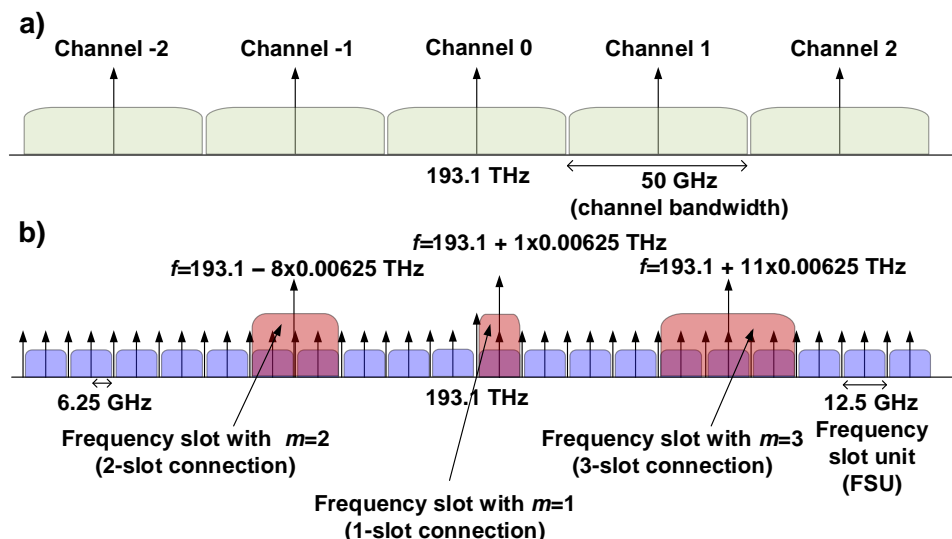
Telekomunikacja optyczna wykorzystuje światłowód jako medium transmisyjne. Światłowód umożliwia transmisję sygnału na duże odległości i z dużą szybkością bitową. Jest to możliwe dzięki małemu tłumieniu i dużej liczbie kanałów optycznych, które można równolegle utworzyć w szerokim zakresie widma optycznego. W światłowodzie można wykorzystać pięć zakresów widma oznaczonych jako pasma O, E, S, C i L, które pokazano na rys. 2.1. Do transmisji wykorzystywany jest zakres pomiędzy 1260 a 1625 nm. Długości fal wokół 1550 nm, który obejmuje zakres pomiędzy 1525 nm (lub 195,9 THz) a 1565 nm (191,5 THz), nazywany jest pasmem C. Wykorzystuje się je do transmisji na bardzo duże odległości (od dziesiątek do tysięcy kilometrów), ponieważ występuje w nim najniższe tłumienie w całym zakresie widma. Międzynarodowa Unia Telekomunikacyjna – Sektor Standaryzacji Telekomunikacji (ITU-T) zdefiniowała tabelę z długościami fal przypisanych poszczególnym kanałom (tzw. siatka ITU), aby zapewnić jednolite wykorzystanie całego zakresu tego pasma. Szczegóły tego podziału zawarto w zaleceniu G.694.1.



Rys. 2.1. Tłumienie światłowodu dla różnych długości fal widma optycznego

Wykładniczy wzrost ruchu telekomunikacyjnego prowadzi do prawie całkowitego zapelnienia pojemności światłowodów jednomodowych. Obecnie przemysł telekomunikacyjny pracuje nad poprawą efektywności wykorzystania dostępnego widma. Rozwój metod transmisji sygnałów, wykorzystujących techniki detekcji koherentnej i techniki kształtowania impulsów redukujących interferencję międzysymbolową, pozwala na transmisję danych z szybkością 100 Gb/s w kanale o szerokości 33 GHz. Przyszłość sieci optycznych leży w elastycznym wykorzystaniu pasma, które zostało zademonstrowane przy wykorzystaniu zwielokrotnienia CO-OFDM (ang. *coherent optical orthogonal frequency-division multiplexing*). Zwielokrotnienie to umożliwia dużą elastyczność w dodawaniu i wydzielaniu optycznych sygnałów składowych. W przypadku, gdy przepływność pojedynczej fali nośnej przekracza 100 Gb/s, konieczne jest zastosowanie modulacji QAM wyższego rzędu. Stosując 16-QAM podwaja się przepływność w stosunku do sygnałów modulowanych przy pomocy QPSK, czyli osiąga się transmisję 200 Gb/s. Przy modulacjach QAM wyższego rzędu zmniejsza się zasięg transmisji. Aby zrealizować kanały o większej szybkości transmisji, stosuje się transmisję sygnałów na wielu nośnych, tak że kanał o szybkości transmisji 100 Gb/s mieści się w paśmie 37,5 GHz a kanał 400 Gb/s – w 75 GHz. Taka realizacja kanałów wymaga większych odstępów międzykanałowych i odstąpienia od dotychczasowego standardu przydzielającego każdemu kanałowi pasmo 50 GHz.

## 2.2. Szczelina częstotliwościowa



Rys. 2.2. Przydzielanie pasma do kanałów: (a) siatka sztywna, (b) siatka elastyczna

W przypadku sztywnego podziału widma na kanały (siatka sztywna), cała pojemność kanału optycznego jest przypisana do ścieżki optycznej, nawet wtedy, gdy ruch przesyłany daną ścieżką wymaga mniejszej szyb-

kości transmisji. Niewykorzystane pasmo jest niedostępne dla innych ścieżek optycznych i w sumie powoduje to niepotrzebną stratę pasma. Aby wykorzystywać pasmo efektywnie, ITU-T zaproponowała elastyczniejszy sposób przypisywania pasma przez kojarzenie z kanałem optycznym szczeliny częstotliwościowej o zmiennej szerokości, nazwany także siatką elastyczną. W siatce tej pasmo jest podzielone na mniejsze części i jest przypisywane do połączeń, które wymagają mniejszego pasma. Jeżeli połączenie wymaga szerszego pasma i możliwe jest połączenie kilku mniejszych części pasma w jedną większą część, jest ona przydzielana takiemu połączeniu. Takie elastyczne przydzielanie pasma jest możliwe w elastycznych sieciach optycznych i umożliwia lepsze jego wykorzystanie. Siatka elastyczna pozwala na przydzielanie różnej liczby szczelin częstotliwościowych o stałej szerokości do kanału optycznego, w zależności od wymagań na szybkość transmisji. Na przykład, kanał 100 Gb/s mieści się w paśmie 37,5 GHz a nie 50 GHz, jak to ma miejsce w przypadku siatki stałej. W siatce elastycznej pasmo jest podzielone na małe fragmenty o szerokości 12,5 GHz, zwane szczelinami częstotliwościowymi (ang. *frequency slot unit*). Połączenie może zajmować widmo o szerokości równej  $m \times 12,5$  GHz, gdzie  $m$  określa liczbę wymaganych szczelin częstotliwościowych. Połączenie takie nazywane jest połączeniem  $m$ -szczelinowym. Do wyznaczenia częstotliwości nominalnej dla danego kanału optycznego wykorzystuje się następujący wzór:  $f = 193,1 + V \times 0,00625$  THz,  $V$  jest liczbą całkowitą a ziarnistość częstotliwości środkowej jest równa 0,00625 THz. Na przykład połączenie o szybkości transmisji 100 Gb/s i stosujące modulację PM QPSK zajmuje 3 szczeliny częstotliwościowe ( $3 \times 12,5$  GHz = 37,5 GHz). Przykłady przydzielania kanałów z wykorzystaniem siatki stałej i elastycznej pokazano na rys. 2.2.



# 3

## Pola komutacyjne

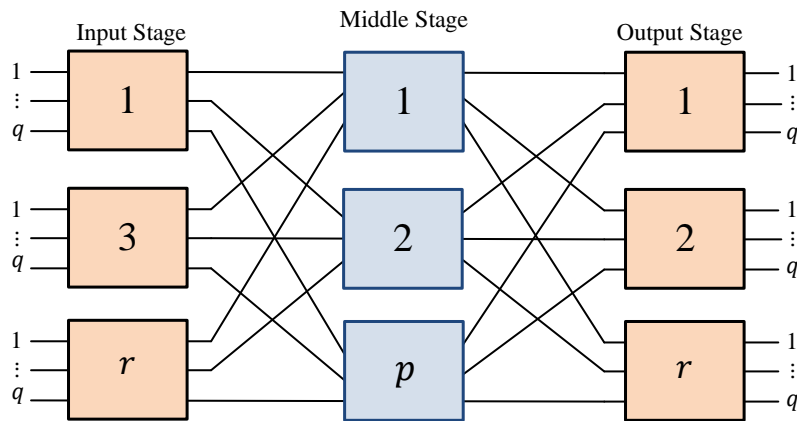
### 3.1. Wielosekcyjne pola komutacyjne

Pojemność pojedynczego komutatora jest ograniczona ze względu na możliwości technologiczne. Dlatego wiele takich elementów łączy się ze sobą, aby skonstruować przełącznik o większej pojemności. Przy tworzeniu przełącznika o dużej liczbie wejść i wyjść, komutatory organizuje się zazwyczaj w sekcje, a otrzymaną strukturę nazywa się polem komutacyjnym. W wielosekcyjnym polu komutacyjnym komutatory znajdujące się w sąsiednich sekcjach łączone są między sobą łączami międzysekcyjnymi. Pole komutacyjne o  $N_1$  wejściach i  $N_2$  wyjściach ma pojemność  $N_1 \times N_2$ .

Przykładem wielosekcyjnego pola komutacyjnego jest pole Closa. Charles Clos zaproponował je w swoim artykule z 1953 roku do budowy central telefonicznych. Składa się ono z trzech sekcji: sekcji wejściowej, środkowej i wyjściowej. Clos wyprowadził także warunki, przy których dowolne połączenie może być zawsze zestawione w tym polu komutacyjnym. Podstawową zaletą pola Closa jest to, że wymaga ono mniejszej liczby elementów komutacyjnych (punktów komutacyjnych) niż komutator typu „crossbar”.

Pola Closa są obecnie stosowane jako topologie sieciowe w nowoczesnych centrach danych, aby osiągnąć dużą efektywność pracy i niezawodność. Każda sekcja pola Closa składa się z wielu komutatorów. Gdy nowe żądanie połączenia pojawia się w komutatorze wejściowym, może ono być zestawione przez dowolny dostępny komutator sekcji środkowej do komutatora wyjściowego. Komutator sekcji środkowej jest dostępny dla nowego połączenia, jeżeli łącze międzysekcyjne z komutatora wejściowego do komutatora sekcji środkowej jest wolne oraz gdy łącze pomiędzy komutatorem środkowej sekcji i komutatorem wyjściowym jest także wolne.

W przypadku symetrycznego pola Closa, trzy parametry jednoznacznie określają jego budowę. Są to wartości  $r$ ,  $p$  i  $q$ , gdzie  $r$  określa liczbę komutatorów w sekcji wejściowej i wyjściowej,  $q$  definiuje liczbę łączy wejściowych w komutatorach sekcji wejściowej i łączy wyjściowych w komutatorach sekcji wyjściowej, a  $p$  oznacza liczbę komutatorów w sekcji środkowej. Pojemności komutatorów wynoszą wtedy:  $q \times p$  w sekcji wejściowej,  $r \times r$  w sekcji środkowej i  $p \times q$  w sekcji wyjściowej. Rysunek 3.1 pokazuje przykładowe pole Closa oznaczane jako  $C(p, q, r)$ . Aby zapewnić nieblokowność pola, Clos wyprowadził zależność pomiędzy



**Rys. 3.1.** Trzysekcyjne pole komutacyjne Closa  $C(p, q, r)$ .

parametrami  $r$ ,  $q$  i  $p$ . Kluczowa jest liczba komutatorów sekcji środkowej, gdyż określa ona liczbę alternatywnych dróg pomiędzy komutatorami pierwszej i trzeciej sekcji. Gdy  $p$  jest większe, mamy więcej komutatorów w sekcji środkowej i dlatego należy oczekiwać mniejszego prawdopodobieństwa blokady. W momencie gdy  $p$  jest dostatecznie duże, blokadę można wyeliminować. Ale pole komutacyjne jest bardziej złożone jeżeli chodzi o liczbę komutatorów w sekcji środkowej i rozmiary komutatorów w sekcjach wejściowej i wyjściowej.

### 3.2. Własności nieblokowności

O polu komutacyjnym realizującym pewien zestaw połączeń można powiedzieć, że znajduje się w pewnym stanie. Jeżeli w jakimś stanie pola komutacyjnego niemożliwe jest zestawienie połączenia pomiędzy wolnym wejściem a wolnym wyjściem, ale istnieją inne stany, w których to połączenie jest możliwe, to taki stan nazywa się stanem blokady. W blokownym polu komutacyjnym pewne kombinacje połączeń nie mogą być zrealizowane. Z drugiej strony, w nieblokownym polu komutacyjnym można zestawić wszystkie możliwe kombinacje połączeń, to znaczy dowolna permutacja wejść na wyjścia może być zrealizowana. W niniejszej rozprawie zajmujemy się polami przestrajalnymi, w których zawsze można połączyć wolne wejście z wolnym wyjściem, przy czym, jeżeli jest to konieczne, niektóre z istniejących połączeń mogą być przeniesione na inne drogi połączeniowe. W ogólności pola nieblokowne możemy podzielić na cztery rodzaje: pola nieblokowne w wąskim sensie (SNB), pola nieblokowne w szerokim sensie (WNB), wspomniane powyżej pola przestrajalne (RNB) i pola przepakowywalne (PNB).

# 4

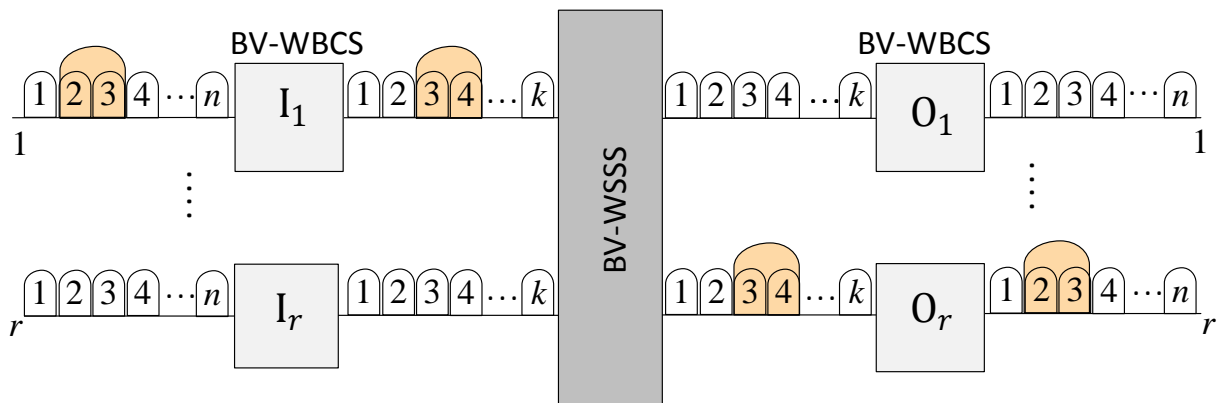
## Architektury elastycznych komutatorów optycznych (EOS) i stosowane modele

### 4.1. Pola komutacyjne WSW1( $r, n, k$ ) i WSW2( $p, q, r, n, k$ )

W rozprawie rozważamy dwa rodzaje pól komutacyjnych o strukturze W-S-W (ang. *wavelength-space-wavelength*). Oznaczone one zostały jako pola WSW1 i WSW2, a każde z nich składa się z trzech sekcji.

#### 4.1.1. Pole WSW1( $r, n, k$ )

W polu WSW1 (patrz rysunek 4.1) sekcja pierwsza (zwana także sekcją wejściową) i trzecia (wyjściowa) zawierają po  $r$  komutatorów BV-WBCS. Sekcja druga (zwana także środkową) zawiera jeden komutator BV-WSSS o pojemności  $r \times r$ . Każdy BV-WBCS w pierwszej sekcji zawiera jeden światłowód wejściowy z  $n$  szczelinami częstotliwościowymi i jeden światłowód wyjściowy z  $k$  szczelinami, natomiast każdy BV-WBCS w sekcji trzeciej ma jeden światłowód wejściowy z  $k$  szczelinami i światłowód wyjściowy z  $n$  szczelinami. Komutatory w tych sekcjach są ponumerowane od 1 do  $r$ . Szczeliny częstotliwościowe w światłowodach wejściowych/wyjściowych są ponumerowane od 1 do  $n$ , a w łączach międzysekcyjnych – od 1 do  $k$ . Ponieważ pa-



Rys. 4.1. Struktura pola WSW1( $r, n, k$ )

rametry  $r$ ,  $n$  i  $k$  w sposób jednoznaczny definiują topologię pola, będziemy je oznaczali przez  $WSW1(r, n, k)$ .

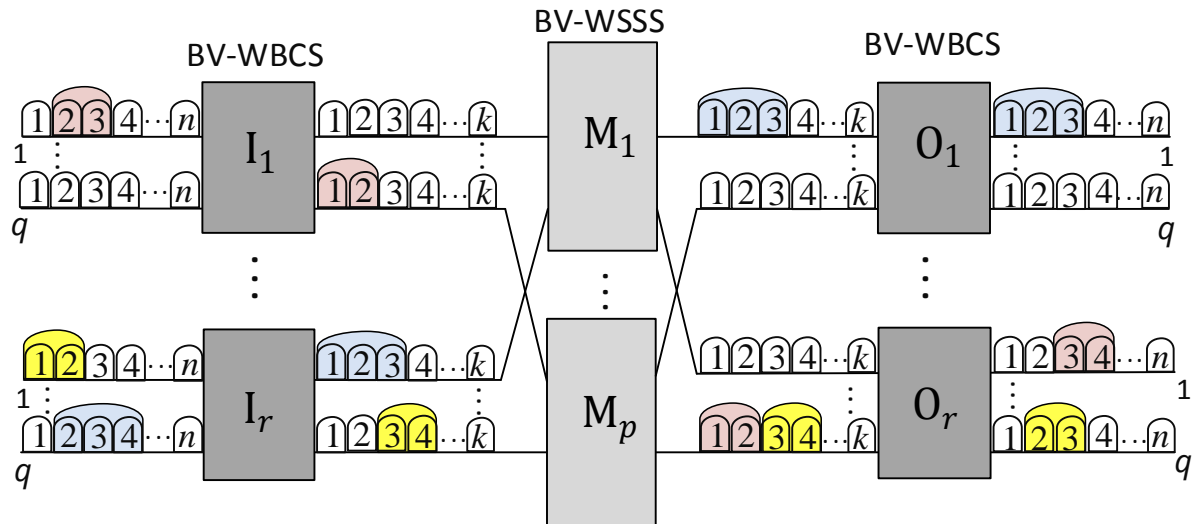
Połączenie  $m$ -szczelinowe będziemy oznaczali przez  $(I_i[x], O_j[y], m)$ , jeżeli zajmuje ono szczeliny od  $x$  do  $x + m - 1$  w światłowodzie wejściowym komutatora  $I_i$  i jest kierowane do komutatora wyjściowego  $O_j$ , gdzie ma przypisane szczeliny od  $y$  do  $y + m - 1$ . Zakładamy, że komutatory BV-WBCS mają możliwość konwersji w pełnym zakresie widma, to znaczy połączenie zajmujące dowolny zestaw  $m$  sąsiednich szczelin w światłowodzie wejściowym może być przeniesione do dowolnego zestawu  $m$  sąsiednich szczelin w światłowodzie wyjściowym. Na rysunku 4.1 pokazano pole  $WSW1(r, n, k)$  z zestawionym połączeniem 2-szczelinowym. Zadaniem komutatora wejściowego  $I_1$  jest przeniesienie połączenia ze szczelin 1-2 na szczeliny 3-4, stosowane w łączu międzysekcyjnym z  $I_1$  i do  $O_r$ . Są one dalej przełączane przestrzennie w komutatorze BV-WSSS. Komutator wyjściowy  $O_r$  przenosi następnie to połączenie do szczelin 2-3, które są stosowane w łączu wyjściowym. Połączenie to jest oznaczone przez  $(I_1[2], O_r[2], 2)$ .

#### 4.1.2. Pole $WSW2(p, q, r, n, k)$

Pole  $WSW2$  zawiera  $r$  komutatorów BV-WBCS w sekcji pierwszej,  $p$  komutatorów BV-WSSS w sekcji drugiej i  $r$  komutatorów BV-WBCS w sekcji trzeciej, jak to pokazano na rys. 4.2. Każdy komutator w pierwszej (wejściowej) sekcji ma pojemność  $q \times p$ , to znaczy ma  $q$  światłowodów wejściowych i  $p$  światłowodów wyjściowych. Pasma w każdym światłowodzie wejściowym jest podzielone na  $n$  szczelin, a w światłowodzie wyjściowym – na  $k$  szczelin. Komutatory BV-WBCS w trzeciej (wyjściowej) sekcji mają rozmiar  $p \times q$  z  $k$  szczelinami w każdym światłowodzie wejściowym i  $n$  szczelinami w każdym światłowodzie wyjściowym. Komutatory BV-WSSS w sekcji drugiej (środkowej) mają pojemność  $r \times r$  z  $k$  szczelinami w każdym światłowodzie. Komutatory w sekcjach zewnętrznych oznaczone są numerami od 1 do  $r$ , a komutatory w sekcji środkowej – od 1 do  $p$ . Z kolei szczeliny w światłowodach wejściowych komutatorów pierwszej sekcji i w światłowodach wyjściowych komutatorów trzeciej sekcji są ponumerowane od 1 do  $n$ , a w łączach międzysekcyjnych – od 1 do  $k$ . Ponieważ parametry  $p$ ,  $q$ ,  $r$ ,  $n$  i  $k$  jednoznacznie definiują pole komutacyjne będziemy je oznaczać  $WSW2(p, q, r, n, k)$ . W dalszej części pracy będziemy stosowali także następujące oznaczenia:  $I_i$  oznacza komutator wejściowy  $i$ ,  $1 \leq i \leq r$ ;  $O_j$  oznacza komutator wyjściowy  $j$ ,  $1 \leq j \leq r$ ;  $M_l$  oznacza komutator  $l$  w sekcji środkowej,  $1 \leq l \leq p$ .

Na rysunku 4.2 pokazano także działanie pola  $WSW2(p, q, r, n, k)$ , gdzie zaznaczono trzy połączenia. Połączenie  $m$ -szczelinowe ze światłowodu wejściowego  $v_1$  w komutatorze  $I_i$ , które zajmuje szczeliny o numerach od  $x$  do  $x + m - 1$ , do światłowodu wyjściowego  $v_2$  w komutatorze wyjściowym  $O_j$ , z zajmowanymi szczelinami od  $y$  do  $y + m - 1$ , jest oznaczone przez  $(I_i[v_1, x], O_j[v_2, y], m)$ . Przez  $I_i$ – $O_j$  będziemy oznaczali połączenia pomiędzy komutatorami  $I_i$  i  $O_j$  gdy łącza wejściowe i wyjściowe oraz zajmowane szczeliny częstotli-





**Rys. 4.2.** Pole komutacyjne  $WSW2(q, p, r, n, k)$

wościowe nie są istotne. Trzy połączenia pokazane na rysunku 4.2 to  $(I_1[1, 2], O_r[1, 3], 2)$ ,  $(I_r[1, 1], O_r[q, 2], 2)$  i  $(I_r[q, 2], O_1[1, 1], 3)$ . Pierwsze i drugie połączenie są zestawione przez komutator  $M_p$ , a połączenie trzecie – przez komutator  $M_1$ . W łączach międzysekcyjnych szczeliny o numerach od 1 do 2 są wykorzystane przez pierwsze połączenie 2-szczelinowe, podczas gdy drugie połączenie 2-szczelinowe wykorzystuje szczeliny o numerach 3 i 4. Z kolei szczeliny od 1 do 3 są przypisane połączeniu 3-szczelinowemu. Zadaniem komutatora  $I_1$  jest przeniesienie  $(I_1[1, 2], O_r[1, 3], 2)$  z pierwszego światłowodu wejściowego i szczelin 2–3 do szczelin 1–2 w łączu prowadzącym do komutatora  $M_p$  w sekcji środkowej, który kieruje je dalej ze światłowodu wejściowego 1 do światłowodu wyjściowego  $r$ , a na końcu w komutatorze  $O_r$  połączenie to jest przeniesione ze szczelin 1–2 do szczelin 3–4 w światłowodzie wyjściowym 1. Analogiczne operacje są realizowane w komutatorach  $I_r$  i  $O_1$  dla drugiego połączenia. W ogólnym przypadku zadaniem komutatorów wejściowych jest przeniesienie połączenia wejściowego do szczelin wykorzystywanych w łączu międzysekcyjnym prowadzącym do wybranego komutatora sekcji środkowej, który z kolei kieruje połączenie dożądanego komutatora wyjściowego, a zadaniem tego ostatniego jest przeniesienie połączenia do szczelin mu przypisanych w łączu wyjściowym.

## 4.2. Model stosowany w rozprawie

Trzysekcyjne pola komutacyjne  $WSW1(r, n, k)$  i  $WSW2(p, q, r, n, k)$  rozważane w rozprawie obsługują połączenia  $m$ -szczelinowe. Liczba szczelin częstotliwościowych zajmowanych przez połączenie  $m$ -szczelinowe jest ograniczone do  $m_{max}$ , tzn.  $1 \leq m \leq m_{max} \leq n$ .

### 4.2.1. Opis modelu dla pola WSW1( $r, n, k$ )

W rozprawie rozważamy model połączeń jednoczesnych, to znaczy że zestaw kompatybilnych połączeń zajmuje wszystkie szczeliny częstotliwościowe w światłowodach wejściowych i wyjściowych. Jeżeli w światłowodach wejściowych i wyjściowych są jakieś szczeliny wolne, można dodać połączenia fikcyjne, które zajmą wszystkie wolne szczeliny w łączach wejściowych i wyjściowych. Na końcu połączenia te nie będą zestawione w polu komutacyjnym. O zestawie połączeń mówimy, że jest kompatybilny, jeżeli występujące w nim połączenia wykorzystują różne zasoby w łączach wejściowych i wyjściowych. Stąd połączenia  $(I_1[1], O_1[1], 5)$  i  $(I_1[10], O_1[10], 3)$  są kompatybilne, podczas gdy połączenia  $(I_2[1], O_3[1], 5)$  i  $(I_3[1], O_3[5], 4)$  nie są kompatybilne, gdyż wymagają one tej samej szczeliny częstotliwościowej w komutatorze  $O_3$ . O tych połączeniach mówimy także, że są one w konflikcie. Aby połączenia mogły być zestawione w polu komutacyjnym jednocześnie, muszą być one kompatybilne. Jeżeli połączenia zajmują wszystkie szczeliny w łączach wejściowych i wyjściowych i są one kompatybilne, to zestaw takich połączeń nazywany jest maksymalnym zestawem kompatybilnych połączeń.

Oznaczmy maksymalny zestaw kompatybilnych połączeń przez  $\mathbb{C}$ , a odpowiadająca mu macierz połączeń  $\mathbf{H}^{r \times r}$  jest zdefiniowana w następujący sposób:

$$\mathbf{H}^{r \times r} = [h_{i,j}], \quad 1 \leq i, j \leq r, \quad (4.1)$$

$$h_{i,j} = \sum_{\mathbb{X}_{i,j}} m, \quad \mathbb{X}_{i,j} \subseteq \mathbb{C}, \quad \mathbb{X}_{i,j} = \{(I_i[x], O_j[y], m)\}, \quad (4.2)$$

gdzie  $\mathbb{X}_{i,j}$  jest zbiorem wszystkich połączeń w  $\mathbb{C}$  z  $I_i$  do  $O_j$ . Zatem  $h_{i,j}$  oznacza liczbę szczelin częstotliwościowych wykorzystywanych przez wszystkie połączenia z  $I_i$  do  $O_j$ . Macierz ta ma następującą własność:

$$\sum_{i=1}^r h_{i,j} = \sum_{j=1}^r h_{i,j} = n. \quad (4.3)$$

Wynika to z tego, że mamy  $n$  szczelin częstotliwościowych w każdym łączu wejściowym i wyjściowym. W polu komutacyjnym WSW1( $2, n, k$ ), macierz  $\mathbf{H}^{2 \times 2}$  reprezentująca  $\mathbb{C}$  jest następująca:

$$\mathbf{H}^{2 \times 2} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} \\ h_{2,1} & h_{2,2} \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

W macierzy tej, zgodnie z własnością (4.3), mamy  $h_{1,1} + h_{1,2} = n$  i  $h_{1,1} + h_{2,1} = n$ . Oznacza to, że  $h_{1,2} = n - h_{1,1}$  i  $h_{2,1} = n - h_{1,1}$ , czyli,  $h_{1,2} = h_{2,1}$ . Analogicznie mamy  $h_{1,1} = h_{2,2}$ . Z równań tych możemy wywnioskować, że liczba szczelin częstotliwościowych zajętych przez połączenia z  $I_1$  do  $O_1$  jest taka sama jak liczba szczelin wykorzystanych przez połączenia z  $I_2$  do  $O_2$ . To samo stwierdzenie jest prawdziwe dla

połączeń z  $I_1$  i  $I_2$  odpowiednio do  $O_2$  i  $O_1$ . Macierz (4.4) może być zatem zapisana w następujący sposób:

$$\mathbf{H}^{2 \times 2} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & n - h_{1,1} \\ n - h_{1,1} & h_{1,1} \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

Ta własność macierzy  $\mathbf{H}^{2 \times 2}$  będzie wykorzystana później w pracy aby udowodnić warunki przestrajalności pola WSW1( $r, n, k$ ).

Jeżeli rozważymy nie tylko szczeliny częstotliwościowe zajęte przez wszystkie połączenia z jednego wejścia do jednego wyjścia, ale połączenia o tej samej szybkości, to w takim przypadku musimy użyć jednej macierzy dla każdej szybkości transmisji, to znaczy połączenia  $m_x$ -szczelinowe,  $1 \leq x \leq z$ , są reprezentowane przez następującą macierz:

$$\mathbf{H}_{m_x}^{r \times r} = [h_{i,j}^{m_x}], \quad 1 \leq i, j \leq r, \quad (4.6)$$

gdzie  $h_{i,j}^{m_x}$  jest równe liczbie połączeń  $m_x$ -szczelinowych z komutatora  $I_i$  do komutatora  $O_j$ . Zestaw macierzy  $\mathbf{H}_{m_x}^{r \times r}$  ma następujące własności: dla każdego wiersza  $i$

$$\sum_{j=1}^r \left\{ \sum_{x=1}^z \left( h_{i,j}^{m_x} \cdot m_x \right) \right\} = n \quad (4.7)$$

i dla każdej kolumny  $j$

$$\sum_{i=1}^r \left\{ \sum_{x=1}^z \left( h_{i,j}^{m_x} \cdot m_x \right) \right\} = n. \quad (4.8)$$

Równanie (4.7) wskazuje, że suma szczelin częstotliwościowych zajętych przez wszystkie połączenia z jednego światłowodu wejściowego jest równa  $n$ . Jest to prawdą, ponieważ zestaw kompatybilnych połączeń zajmuje wszystkie szczeliny częstotliwościowe w każdym światłowodzie wejściowym. Równanie (4.8) podaje te same warunki dla światłowodu wyjściowego. Mówi ono, że suma szczelin częstotliwościowych wykorzystanych przez połączenia do jednego światłowodu wyjściowego musi być także równa  $n$  w przypadku zestawu kompatybilnych połączeń. Macierz  $\mathbf{H}^{r \times r}$  można rozłożyć na zbiór macierzy permutacyjnych  $\mathbf{P}_i$ , gdzie macierz permutacyjna jest macierzą kwadratową otrzymaną z macierzy jednostkowej przez permutację wierszy. Każdy wiersz i każda kolumna macierzy permutacyjnej zawiera dokładnie jeden element niezerowy. Macierzami permutacyjnymi rzędu drugiego są macierze:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.9)$$

W przypadku, gdy  $\mathbf{H}^{r \times r}$  zawiera fikcyjne połączenia, niektóre macierze permutacyjne  $\mathbf{P}_i$  zawierają te połączenia fikcyjne, które muszą być z macierzy usunięte. Po usunięciu tych połączeń, niektóre wiersze i kolumny w macierzach permutacyjnych zawierają tylko elementy zerowe; w takim przypadku takie macierze nazywać będziemy **niepełnymi macierzami permutacyjnymi**.

### 4.2.2. Opis modelu dla pola WSW2( $p, q, r, n, k$ )

W polu WSW2( $p, q, r, n, k$ ) do reprezentacji  $\mathbb{C}$  zastosujemy macierz połączeń  $\mathbf{H}^{r \times r}$ . Macierz ta jest zdefiniowana w następujący sposób:

$$\mathbf{H}^{r \times r} = [h_{i,j}], \quad 1 \leq i, j \leq r, \quad (4.10)$$

gdzie

$$h_{i,j} = \sum_{\mathbb{X}_{i,j}} m, \quad \mathbb{X}_{i,j} \subset \mathbb{C}, \quad \mathbb{X}_{i,j} = \{I_i[v_1, x], O_j[v_2, y], m\}, \quad (4.11)$$

a  $\mathbb{X}_{i,j}$  jest zbiorem wszystkich połączeń w  $\mathbb{C}$  z  $I_i$  do  $O_j$ . Zatem  $h_{i,j}$  oznacza sumę szczelin częstotliwościowych zajętych przez wszystkie połączenia z  $I_i$  do  $O_j$ . Macierz ta ma następującą własność:

$$\sum_{i=1}^r h_{i,j} = \sum_{j=1}^r h_{i,j} = qn. \quad (4.12)$$

Wynika to z faktu, że mamy  $q$  łączy wejściowych, każde zawiera  $n$  szczelin, w każdym komutatorze wejściowym, i wszystkie one są zajęte przez połączenia. Podobnie każde z  $q$  łączy wyjściowych w każdym komutatorze wyjściowym ma  $n$  szczelin przypisanych do połączeń. Także  $h_{i,j}[v]$  oznacza liczbę szczelin częstotliwościowych stosowanych przez wszystkie połączenia z wejścia  $v$  komutatora  $I_i$ , które są kierowane do  $O_j$ :

$$h_{i,j}[v] = \sum_{\mathbb{X}_{i,j}^v} m, \quad \mathbb{X}_{i,j}^v \subset \mathbb{X}, \quad \mathbb{X}_{i,j}^v = \{I_i[v, x], O_j[v_1, y], m\}, \quad (4.13)$$

gdzie  $\mathbb{X}_{i,j}^v$  oznacza zbiór wszystkich połączeń w  $\mathbb{C}$  z wejścia  $v$  komutatora  $I_i$  do komutatora  $O_j$ . Prawdziwe jest następujące równanie:

$$h_{i,j} = \sum_{v=1}^q h_{i,j}[v]. \quad (4.14)$$

W polu komutacyjnym WSW2( $p, q, 2, n, k$ ), macierz  $\mathbf{H}^{2 \times 2}$  reprezentująca  $\mathbb{C}$  wygląda następująco:

$$\mathbf{H}^{2 \times 2} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} \\ h_{2,1} & h_{2,2} \end{bmatrix}. \quad (4.15)$$

W macierzy tej, zgodnie z własnością 4.12, mamy  $h_{1,1} + h_{1,2} = nq$  i  $h_{1,1} + h_{2,1} = nq$ . Oznacza to, że  $h_{1,2} = nq - h_{1,1}$  i  $h_{2,1} = nq - h_{1,1}$ , to znaczy, że  $h_{1,2} = h_{2,1}$ . Podobnie mamy  $h_{1,1} = h_{2,2}$ . Z równań tych widzimy, że liczba szczelin częstotliwościowych zajętych przez połączenia z  $I_1$  do  $O_1$  jest taka sama jak liczba szczelin przypisanych połączeniom z  $I_2$  do  $O_2$ . Podobnie jest w przypadku połączeń z  $I_1$  i  $I_2$  odpowiednio do  $O_2$  i  $O_1$ . Macierz 4.15 może być teraz zapisana w następujący sposób:

$$\mathbf{H}^{2 \times 2} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & nq - h_{1,1} \\ nq - h_{1,1} & h_{1,1} \end{bmatrix}. \quad (4.16)$$

Ta własność macierzy  $\mathbf{H}^{2 \times 2}$  jest dalej wykorzystana do wyznaczenia i udowodnienia warunków przestrajalności pola komutacyjnego WSW2( $p, q, r, n, n$ ).

# 5

## Warunki przestrajalności dla pola WSW1( $r, n, k$ )

W tym rozdziale rozważamy komutację jednoczesną w polu WSW1( $r, n, k$ ). Najpierw podajemy i udowadniamy warunki przestrajalności pola WSW1( $2, n, k$ ), w którym realizowane są połączenia o niewielkiej liczbie różnych szybkości transmisji, a następnie wyniki te rozszerzamy na pola z połączeniami o dowolnej liczbie różnych szybkości transmisji. W rozdziale proponujemy także kilka algorytmów wyboru drogi połączeniowej.

### 5.1. Pola WSW1( $2, n, k$ ) z niewielką liczbą różnych szybkości transmisji

#### 5.1.1. Algorytm sterowania dla pola WSW1( $2, n, k$ ) z niewielką liczbą różnych szybkości transmisji

W przeciwieństwie do trzysekcyjnego przestrzennego pola Closa, w którym do reprezentacji zestawu żądanych połączeń jest stosowana jedna macierz połączeń, będziemy wykorzystywać  $z$  macierzy oznaczonych przez  $\mathbf{H}_{m_x}^{r \times r}$ ,  $1 \leq x \leq z$ , każda z macierzy reprezentuje zestaw żądanych połączeń o jednej szybkości transmisji. Macierz  $\mathbf{H}_{m_x}^{r \times r}$  reprezentuje zestaw połączeń  $m_x$ -szczelinowych i jest zdefiniowana równaniem (4.6). Problem przypisania szczelin częstotliwościowych do poszczególnych połączeń zostanie rozwiązany z zastosowaniem algorytmów dekompozycji macierzy. Macierz kwadratowa  $\mathbf{H}$  może być rozłożona na  $n$  macierzy permutacyjnych, jeżeli suma elementów w każdym wierszu i w każdej kolumnie jest równa  $n$ , ale w naszym przypadku ten warunek nie jest spełniony. Dlatego konieczne jest wprowadzenie pewnych modyfikacji. W dalszej części będziemy także wykorzystywali następujące oznaczenia:

- $a_i^{m_x}$  oznacza liczbę połączeń  $m_x$ -szczelinowych na wejściu  $i$ :  $a_i^{m_x} = \sum_{j=1}^r h_{i,j}^{m_x}$ ,
- $b_j^{m_x}$  oznacza liczbę połączeń  $m_x$ -szczelinowych na wyjściu  $j$ :  $b_j^{m_x} = \sum_{i=1}^r h_{i,j}^{m_x}$ ,
- $a_{max}^{m_x}$  oznacza maksymalną liczbę połączeń  $m_x$ -szczelinowych na jednym wejściu:  $a_{max}^{m_x} = \max_{1 \leq i \leq r} \{a_i^{m_x}\}$ ,
- $a_{min}^{m_x}$  oznacza minimalną liczbę połączeń  $m_x$ -szczelinowych na jednym wejściu:  $a_{min}^{m_x} = \min_{1 \leq i \leq r} \{a_i^{m_x}\}$ ,
- $b_{max}^{m_x}$  oznacza maksymalną liczbę połączeń  $m_x$ -szczelinowych na jednym wyjściu:  $b_{max}^{m_x} = \max_{1 \leq j \leq r} \{b_j^{m_x}\}$

- $b_{min}^{m_x}$  oznacza minimalną liczbę połączeń  $m_x$ -szczelinowych na jednym wyjściu:  $b_{min}^{m_x} = \min_{1 \leq j \leq r} \{b_j^{m_x}\}$
- $c_{max}^{m_x} = \max \{a_{max}^{m_x}; b_{max}^{m_x}\}$
- $c_{min}^{m_x} = \min \{a_{max}^{m_x}; b_{max}^{m_x}\}$

Algorytm 5.1 prezentuje sposób dekompozycji macierzy połączeń. Proces dekompozycji każdej z macierzy może być realizowany oddzielnie jeden po drugim, ale może też być zrobiony równolegle. Liczba różnych szybkości transmisji realizowanych w polu komutacyjnym, jak i odpowiednia dla każdej szybkości liczba szczelin częstotliwościowych przypisywanych połączeniom, jest parametrem, który musi być znany przed rozpoczęciem projektowania pola komutacyjnego. Zestaw kompatybilnych połączeń, które mają być jednocześnie zestawione w polu komutacyjnym, stanowi dane wejściowe dla algorytmu. W pierwszym kroku algorytmu wyznaczana jest macierz  $\mathbf{H}_{m_x}^{r \times r}$ . Następnie, dla każdego wiersza i każdej kolumny, są wyznaczane elementy  $a_i^{m_x}$  i  $b_j^{m_x}$ , i jeżeli ich wartości są równe, algorytm rozpoczyna proces dekompozycji. Jeżeli te wartości nie są równe, dodawane są połączenia fikcyjne tak, aby sumy te były równe  $\max\{a^{m_x}; b^{m_x}\}$ . Następnie macierz  $\mathbf{H}_{m_x}^{r \times r}$  jest dekomponowana na  $\max\{a^{m_x}; b^{m_x}\}$  macierzy permutacyjnych  $\mathbf{P}^{m_x}$  przy pomocy jednego ze znanych algorytmów i na końcu elementy reprezentujące połączenia fikcyjne są z macierzy permutacyjnych usuwane.

---

#### Algorytm 5.1 Algorytm dekompozycji

---

**Require:**  $\mathbb{C}$

- 1: **for**  $x = 1$  **to**  $z$  **do**
  - 2:   Oblicz  $\mathbf{H}_{m_x}^{r \times r}$ ;
  - 3:   W  $\mathbf{H}_{m_x}^{r \times r}$ , dodaj fikcyjne połączenia tak aby  $a_i^{m_x} = b_i^{m_x} = \max\{a^{m_x}; b^{m_x}\}$ ;
  - 4:   Zdekomponuj macierz  $\mathbf{H}_{m_x}^{r \times r}$  na  $\max\{a^{m_x}; b^{m_x}\}$  macierzy permutacyjnych  $\mathbf{P}_i^{m_x}$ ;
  - 5:   Usuń fikcyjne połączenia z  $\mathbf{P}_i^{m_x}$ ;
  - 6: **end for**
  - 7: **return** Zestaw macierzy permutacyjnych
- 

#### 5.1.2. Warunki dostateczne przestrajalności pola WSW1( $r, n, k$ ) dla $z$ różnych szybkości transmisji

Warunki dostateczne przestrajalności pola WSW1( $r, n, k$ ) w przypadku gdy  $m \in \{m_x\}$ ,  $1 \leq x \leq z$  i  $r \geq 2$  określa następujące twierdzenie.

**Twierdzenie 5.1.** Pole komutacyjne WSW1( $r, n, k$ ) jest przestrajalne dla połączeń  $m$ -szczelinowych,  $m \in \{m_x\}$ ,  $1 \leq x \leq z$ ,  $r \geq z$ , gdy:

$$k_{\text{RNB}}^{r \times r} \geq \sum_{x=1}^z \left( \left\lfloor \frac{n}{m_x} \right\rfloor \cdot m_x \right). \quad (5.1)$$

Dowód tego twierdzenia można znaleźć na stronach 63-64 rozprawy. Warunki przedstawione w twierdzeniu 5.1 są warunkami dostatecznymi. Warunkiem koniecznym przestrajalności jest aby  $k_{\mathbb{R}NB}^{r \times r} \geq n$ , gdyż potrzebujemy co najmniej  $n$  szczelin częstotliwościowych w łączach międzysekcyjnych aby zestawić połączenia zajmujące  $n$  szczelin w światłowodach wejściowych. W przypadku warunku dostatecznego, pokazanego w twierdzeniu 5.1, założono, że każdy zestaw połączeń  $m_x$ -szczelinowych jest zestawiony przez oddzielne szczeliny w łączach międzysekcyjnych. Warunek ten może być zmniejszony, jeżeli część szczelin przydzielonych do realizacji połączeń o jednej szybkości transmisji, powiedzmy  $m_{x_1}$ , może być użyta przez połączenia o innej szybkości transmisji, na przykład  $m_{x_2}$ ,  $m_{x_2} < m_{x_1}$ .

### 5.1.3. Warunki konieczne przestrajalności pola WSW1(2, $n, k$ ) z połączeniami o dwóch szybkościach transmisji

W szczególnym przypadku, gdy  $r = z = 2$ , oraz gdy  $\frac{n}{m_1}$ ,  $\frac{n}{m_2}$  i  $\frac{m_2}{m_1}$  są liczbami całkowitymi, możemy zmniejszyć warunek dostateczny przestrajalności pola WSW1(2,  $n, k$ ).

**Twierdzenie 5.2.** Pole komutacyjne WSW1(2,  $n, k$ ) przestrajalne dla połączeń  $m$ -szczelinowych, gdy  $m \in \{m_1; m_2\}$ ,  $m_1 < m_2$ ,  $\frac{n}{m_1}$ ,  $\frac{n}{m_2}$ , i  $\frac{m_2}{m_1}$  są całkowite, wtedy i tylko wtedy gdy:

$$k \geq k_{\mathbb{R}NB}^{2 \times 2} = n. \quad (5.2)$$

Dowód można znaleźć na stronach 65-67 rozprawy.

### 5.1.4. Algorytmy scalania

W przypadku gdy mamy połączenia o dwóch szybkościach transmisji, przedstawiamy dwie opcje realizacji procesu scalania niepełnych macierzy permutacyjnych. Algorytm, który wykorzystuje opcję  $x$  jest nazwany algorytmem MA $x$ .

- (a) W opcji pierwszej, MA1, skalamy  $\left\lfloor \frac{m_2}{m_1} \right\rfloor$  macierzy  $\mathbf{P}_j^{m_1}$  z jedną macierzą  $\mathbf{P}_i^{m_2}$ . Algorytm rozpoczyna się od szukania elementu "1" w niepełnej macierzy permutacyjnej  $\mathbf{P}_i^{m_2}$ , w celu wyznaczenia wiersza  $v$  i kolumny  $w$ , w której ten element się znajduje ( $h_{v,w}^{m_2} = 1$ ). Następnie algorytm szuka macierzy  $\mathbf{P}_j^{m_1}$  z  $a_v^{m_1} = 0$  i  $b_w^{m_1} = 0$ . Z jedną macierzą  $\mathbf{P}_i^{m_2}$  można scalić do  $\left\lfloor \frac{m_2}{m_1} \right\rfloor$  macierzy  $\mathbf{P}_j^{m_1}$ . Operacja ta jest powtarzana dla każdej niepełnej macierzy  $\mathbf{P}_i^{m_2}$ . Proces scalania kończy się albo gdy algorytm znajdzie  $\left\lfloor \frac{m_2}{m_1} \right\rfloor$  macierzy  $\mathbf{P}_j^{m_1}$ , albo gdy nie ma więcej macierzy  $\mathbf{P}_i^{m_2}$  lub  $\mathbf{P}_j^{m_1}$  do scalenia.
- (b) W opcji drugiej, MA2, z jedną macierzą  $\mathbf{P}_i^{m_2}$  skalamy  $\left\lceil \frac{m_2}{m_1} \right\rceil$  macierzy  $\mathbf{P}_j^{m_1}$ . Algorytm rozpoczyna się od poszukania elementu "1" w niepełnej macierzy permutacyjnej  $\mathbf{P}_j^{m_1}$ , w celu wyznaczenia wiersza  $v$  i kolumny  $w$  (element  $h_{v,w}^{m_1} = 1$ ). Następnie algorytm szuka macierzy  $\mathbf{P}_i^{m_2}$  z  $a_v^{m_2} = 0$  i  $b_w^{m_2} = 0$ . Z jedną

macierzą  $\mathbf{P}_i^{m_2}$  można scalić do  $\left\lceil \frac{m_2}{m_1} \right\rceil$  macierzy  $\mathbf{P}_j^{m_1}$ . Operacja ta jest powtarzana dla każdej niepełnej macierzy permutacyjnej  $\mathbf{P}_j^{m_1}$ . Proces scalania kończy się albo gdy algorytm znajdzie  $\left\lceil \frac{m_2}{m_1} \right\rceil$  macierzy  $\mathbf{P}_j^{m_1}$ , albo gdy nie ma więcej macierzy  $\mathbf{P}_i^{m_2}$  lub  $\mathbf{P}_j^{m_1}$  do scalenia.

---

**Algorytm 5.2** : Algorytm scalania (MA $x$ ), gdzie  $x = 1, 2$

---

**Require:** Zbiór macierzy permutacyjnych,  $x$

```

1: for  $i \leftarrow 1$  to  $c_{\max}^{m_2}$  do
2:    $t \leftarrow t_x$ ;
3:   if  $\mathbf{P}_i^{m_2}$  nie jest pełną macierzą permutacyjną then
4:     if  $a_v^{m_2} = b_w^{m_2} = 1$  w macierzy  $\mathbf{P}_i^{m_2}$  then
5:       for  $j \leftarrow 1$  to  $c_{\max}^{m_1}$  do
6:         if  $\mathbf{P}_j^{m_1}$  nie jest pełną macierzą permutacyjną then
7:           if  $a_v^{m_1} = b_w^{m_1} = 0$  w macierzy  $\mathbf{P}_j^{m_1}$  then
8:             Scal macierz  $\mathbf{P}_i^{m_2}$  z macierzą  $\mathbf{P}_j^{m_1}$ ;
9:             Oznacz macierz  $\mathbf{P}_j^{m_1}$  jako już scaloną;
10:             $t \leftarrow t - 1$ ;
11:            if  $t = 0$  then
12:              Oznacz macierz  $\mathbf{P}_i^{m_2}$  jako już scaloną;
13:            end if
14:          end if
15:        end if
16:      end for
17:    end if
18:  end if
19: end for
20: return Zbiór scalonych macierzy permutacyjnych

```

---

### 5.1.5. Warunki wystarczające przestrajalności pola WSW1( $2, n, k$ ) z połączeniami o dwóch szybkościach transmisji

Obecnie rozważymy pole komutacyjne WSW1( $2, n, k$ ) z liczbą różnych szybkości transmisji ograniczonej do dwóch, to znaczy mamy tylko połączenia  $m_x$ -szczelinowe, gdzie  $x = 1, 2$ . Jeżeli do zestawiania połączeń wykorzystamy algorytmy MA1 i MA2, liczba szczelin częstotliwościowych  $k$ , która powoduje, że pole WSW1( $2, n, k$ ) jest przestrajalne, jest określona poniższymi twierdzeniami.



**Twierdzenie 5.3.** Pole komutacyjne WSW1( $2, n, k$ ) jest przestrajalne dla połączeń  $m$ -szczelinowych, gdzie  $m \in \{m_1; m_2\}$ , przy zastosowaniu algorytmu MA1, wtedy gdy:

$$k \geq k_{\text{RNB}}^{2 \times 2}(\text{MA1}) = \left\lfloor \frac{n}{m_2} \right\rfloor \cdot m_2 + \left( \left\lfloor \frac{n}{m_1} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{n}{m_2} \right\rfloor \cdot \left\lfloor \frac{m_2}{m_1} \right\rfloor \right) \cdot m_1. \quad (5.3)$$

Dowód tego twierdzenia można znaleźć w rozprawie na stronach 74-75.

**Twierdzenie 5.4.** Pole komutacyjne WSW1( $2, n, k$ ) jest przestrajalne dla połączeń  $m$ -szczelinowych, gdzie  $m \in \{m_1; m_2\}$ , przy zastosowaniu algorytmu MA2, wtedy gdy:

$$k \geq k_{\text{RNB}}^{2 \times 2}(\text{MA2}) = \left\lfloor \frac{n - \left\lfloor \frac{n}{m_2} \right\rfloor \cdot m_2}{m_1} \right\rfloor \cdot m_1 + \left\lfloor \frac{n}{m_2} \right\rfloor \cdot m_2 \quad (5.4)$$

$$+ \left( \left\lfloor \frac{m_2}{m_1} \right\rfloor \cdot m_1 - m_2 \right) \cdot \left\lfloor \frac{\left\lfloor \frac{n}{m_1} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{n - \left\lfloor \frac{n}{m_2} \right\rfloor \cdot m_2}{m_1} \right\rfloor}{\left\lfloor \frac{m_2}{m_1} \right\rfloor} \right)$$

Dowód tego twierdzenia można znaleźć w rozprawie na stronach 75-76. Należy zaznaczyć, że gdy  $\frac{m_2}{m_1}, \frac{n}{m_1}$  i  $\frac{n}{m_2}$  są liczbami całkowitymi, warunki podane w twierdzeniach 5.3 i 5.4 redukują się do warunku podanego w twierdzeniu 5.2, to znaczy  $k \geq k_{\text{MA1}}^{2 \times 2} = k_{\text{MA2}}^{2 \times 2} = n$ .

## 5.2. Warunki przestrajalności pola WSW1( $r, n, k$ ) z dowolną liczbą różnych szybkości transmisji

W poprzednim podrozdziale rozważaliśmy model połączeń jednoczesnych z niewielką liczbą różnych szybkości transmisji, a obecnie zwiększymy liczbę tych szybkości do dowolnej wielkości. Model macierzy został opisany w rozdziale 4.2. Jedno połączenie może zamawiać  $m$  szczelin częstotliwościowych,  $1 \leq m \leq m_{\max} \leq n$ . Zadaniem algorytmu sterowania jest znalezienie w tym samym czasie dróg połączeniowych w polu komutacyjnym dla wszystkich połączeń. W kolejnych podrozdziałach rozważymy kilka algorytmów sterowania dla pola WSW1( $r, n, k$ ). Główną ideą wszystkich algorytmów jest pogrupowanie wszystkich połączeń, które są kierowane z jednego światłowodu wejściowego  $i$  do jednego światłowodu wyjściowego  $j$  (element  $h_{i,j}$ ). Połączenia te mogą być zestawione przez zbiór sąsiednich szczelin częstotliwościowych w łączy międzysekcyjnym. Aby zrealizować wszystkie możliwe maksymalne zestawy kompatybilnych połączeń w łączach międzysekcyjnych, musimy mieć wystarczającą liczbę szczelin, aby pomieścić wszystkie takie grupy. Problem jaki należy teraz rozwiązać, to jak przypisać szczeliny częstotliwościowe w łączach międzysekcyjnych do zestawianych połączeń, i jak wiele tych szczelin jest potrzebnych, aby można było zestawić wszystkie możliwe maksymalne zestawy kompatybilnych połączeń.

### 5.2.1. Warunki przestrajalności dla pola WSW1( $2, n, k$ )

Najpierw rozważymy pole WSW1( $2, n, k$ ). Zbiór kompatybilnych połączeń  $\mathbb{C}$  jest reprezentowany przez macierz daną równaniem (4.4). Warunki przestrajalności określa następujące twierdzenie.

**Twierdzenie 5.5.** Pole komutacyjne WSW1( $2, n, k$ ) jest przestrajalne dla połączeń  $m$ -szczelinowych,  $1 \leq m \leq m_{max} \leq n$ , wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$k \geq k_{\text{RNB}}^{2 \times 2} = n. \quad (5.5)$$

Dowód jest dostępny w rozprawie na stronach 77-78.

Zaproponowany sposób przypisania szczelin częstotliwościowych jest określony przez algorytm CA1 (Algorytm 5.3), w którym dwa zbiory szczelin częstotliwościowych są oznaczone przez  $\mathbb{S}_1^{\text{CA1}}$  i  $\mathbb{S}_2^{\text{CA1}}$ . W macierzy  $\mathbf{H}^{2 \times 2}$  (równanie (4.4)) połączenia reprezentowane przez elementy  $h_{1,1}$  i  $h_{2,2}$  wykorzystują różne łącza międzysekcyjne, zatem mogą być one zestawione przez szczeliny częstotliwościowe o tych samych numerach. Podobnie połączenia reprezentowane przez  $h_{1,2}$  i  $h_{2,1}$  nie są w konflikcie w łączach międzysekcyjnych i też mogą wykorzystać szczeliny o tych samych numerach. Te dwa zbiory szczelin w każdym łączu międzysekcyjnym są wystarczające aby zrealizować dowolne  $\mathbb{C}$ . Opisany powyżej sposób przypisywania szczelin częstotliwościowych do połączeń pokazano na rys. 5.1.

---

#### Algorytm 5.3 (CA1)

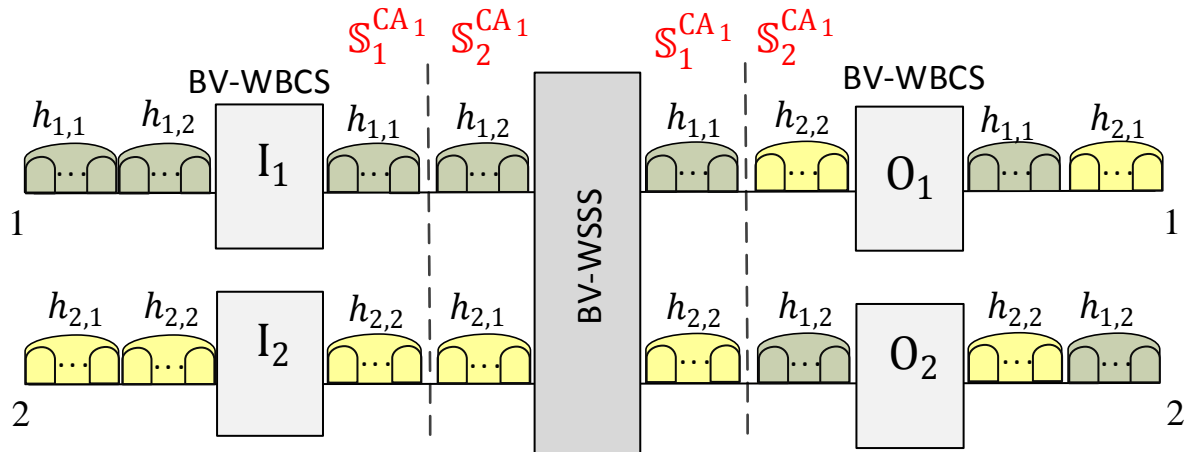
---

**Require:**  $\mathbb{C}$

- 1: Utwórz macierz  $\mathbf{H}^{2 \times 2}$ ;
  - 2: Przypisz  $h_{1,1}$  szczelin częstotliwościowych ponumerowanych od 1 do  $h_{1,1}$  do zbioru  $\mathbb{S}_1^{\text{CA1}}$ ;
  - 3: Zestaw połączenia reprezentowane przez  $h_{1,1}$  i  $h_{2,2}$  przez szczeliny w zbiorze  $\mathbb{S}_1^{\text{CA1}}$ ;
  - 4: Przypisz  $n - h_{1,1}$  szczelin częstotliwościowych ponumerowanych od  $h_{1,1} + 1$  do  $n$  do zbioru  $\mathbb{S}_2^{\text{CA1}}$ ;
  - 5: Zestaw połączenia reprezentowane przez  $h_{1,2}$  i  $h_{2,1}$  przez szczeliny w zbiorze  $\mathbb{S}_2^{\text{CA1}}$ ;
  - 6: **return** Szczeliny częstotliwościowe przypisane do połączeń w  $\mathbb{C}$
- 

### 5.2.2. Warunki konieczne przestrajalności pola WSW1( $3, n, k$ )

W polu komutacyjnym WSW1( $3, n, k$ ) problem przypisania szczelin częstotliwościowych do połączeń można rozwiązać w taki sam sposób jak w polu WSW1( $2, n, k$ ), przez zestawienie połączeń niebędących w konflikcie w łączach międzysekcyjnych przypisując im szczeliny o tych samych numerach. Jednakże problem ten jest bardziej złożony, ponieważ jest więcej opcji wyboru takich połączeń. Połączenia rozkładają się także między trzy a nie dwa wyjścia. Dlatego też, na początku w osobnym twierdzeniu rozważamy warunki



**Rys. 5.1.** Przypisywanie szczelin częstotliwościowych do zbiorów  $\mathbb{S}_1^{\text{CA1}}$  i  $\mathbb{S}_2^{\text{CA1}}$  za pomocą algorytmu CA1

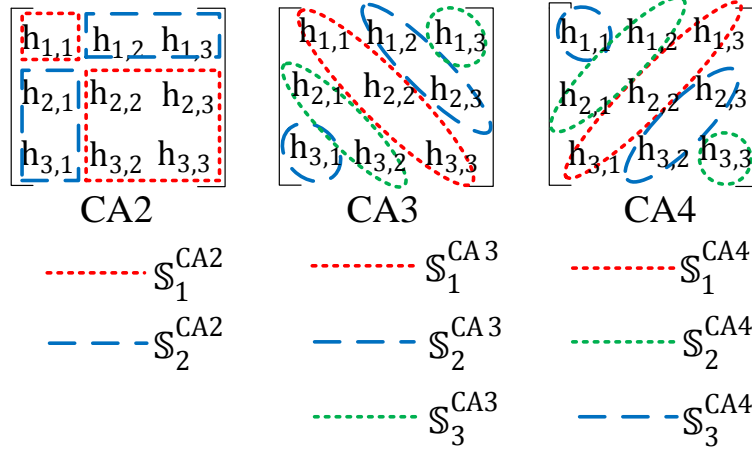
konieczne przestrajalności. Następnie proponujemy cztery algorytmy i określamy dla nich wartości  $k$ , przy których będą one zawsze kończyły się sukcesem.

Intuicyjnie można przyjąć, że warunkiem koniecznym przestrajalności jest  $k = n$ , podobnie jak to ma miejsce dla pola WSW1( $2, n, k$ ) (twierdzenie 5.5). Ale gdy  $r > 2$  trudniej jest spełnić warunek sąsiedztwa szczelin częstotliwościowych. Gdy na przykład  $h_{1,1} = h_{2,2}$ , połączenia reprezentowane przez te elementy mogą wykorzystywać szczeliny częstotliwościowe o tych samych numerach, ale szczeliny te mogą być także wykorzystane przez połączenia reprezentowane przez  $h_{3,3}$ . W przypadku gdy  $h_{3,3} < h_{1,1}$ , niektóre szczeliny pozostaną niewykorzystane i inne połączenia z komutatora  $I_3$  będą wymagały dodatkowych szczelin częstotliwościowych. Istnieje wiele zbiorów  $\mathbb{C}$  i wiele sposobów przypisania szczelin do połączeń, stąd problem nie jest prosty do rozwiązania. Ostateczny wynik prezentuje poniższe twierdzenie.

**Twierdzenie 5.6.** Pole komutacyjne WSW1( $3, n, k$ ) jest przestrajalne dla połączeń  $m$ -szczelinowych,  $1 \leq m \leq m_{\max} \leq n$  i  $n \geq 4$ , tylko wtedy gdy:

$$k \geq k_{\text{RNB}}^{3 \times 3} = n + \left\lfloor \frac{n}{4} \right\rfloor. \quad (5.6)$$

Warunek konieczny można udowodnić pokazując zestaw połączeń  $\mathbb{C}$ , który nie może być zrealizowany, gdy liczba szczelin w łączach międzysekcyjnych jest mniejsza niż ta podana we wzorze (5.6). Rozważamy oddzielnie przypadki, gdy  $n$  jest parzyste i nieparzyste. Dodatkowo, dla  $n$  nieparzystego, rozróżniamy przypadki, gdy  $n \text{ MOD } 4 = 1$  i  $n \text{ MOD } 4 = 3$ , gdzie  $v \text{ MOD } w$  oznacza resztę z dzielenia  $v$  przez  $w$ . Dowód powyższego twierdzenia podano na stronach 79-81 rozprawy.



**Rys. 5.2.** Przypisywanie szczelin częstotliwościowych do zbiorów  $\mathbb{S}_l^{CA_x}$  dla macierzy  $\mathbf{H}^{3 \times 3}$  z wykorzystaniem algorytmów CA2, CA3 i CA4

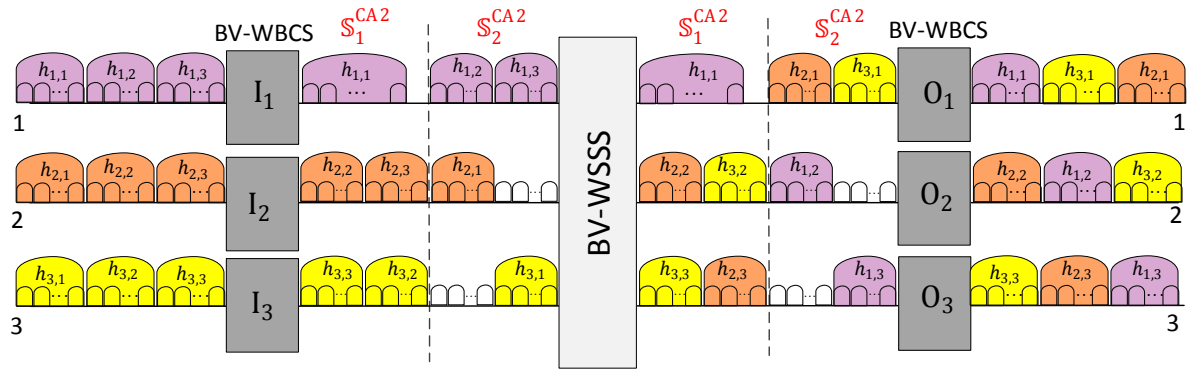
### 5.2.3. Algorytmy sterowania dla pola WSW1(3, $n, k$ )

W tym podrozdziale omawiamy algorytmy CA2 (Algorytm 5.4), CA3 (Algorytm 5.5), CA4 (Algorytm 5.6) i CA5 (Algorytm 5.7). Pierwsze trzy algorytmy przypisują szczeliny do połączeń na trzy różne sposoby, podczas gdy algorytm CA5 po prostu wybiera najlepszy z nich (najmniejsza wartość  $k$ ) dla danego  $\mathbb{C}$ . We wszystkich algorytmach zakładamy, że element  $h_{1,1}$  nie jest mniejszy niż żaden inny element w macierzy  $\mathbf{H}^{3 \times 3}$ , a element  $h_{2,2}$  nie jest mniejszy niż żaden inny element poza tymi, znajdującymi się w wierszu 1 i kolumnie 1. Oznacze to, że:

$$h_{1,1} \geq h_{i,j}, \quad \text{gdzie } i, j = 1, 2, 3, \quad (5.7)$$

$$h_{2,2} \geq h_{i,j}, \quad \text{gdzie } i, j = 2, 3. \quad (5.8)$$

Przyjęcie takiego założenia znacząco upraszcza opis algorytmu i jego działania, a nie ma wpływu na poprawność wyników i prawidłowość przypisania szczelin częstotliwościowych do połączeń. Jeżeli warunki (5.7) i (5.8) nie są spełnione, możemy zmodyfikować macierz  $\mathbf{H}^{3 \times 3}$  przez zamianę wierszy i/lub kolumn (to znaczy komutatory wejściowe i/lub wyjściowe). Jeżeli w macierzy  $\mathbf{H}^{3 \times 3}$  element  $h_{i,j}$  jest większy niż  $h_{1,1}$ , zamieniamy komutator  $I_1$  z komutatorem  $I_i$  oraz komutator  $O_1$  z komutatorem  $O_j$ , tak że element  $h_{i,j}$  staje się elementem  $h_{1,1}$ . Działanie algorytmów CA2, CA3 i CA4 pokazano na rys. 5.2. W algorytmie CA2 szczeliny częstotliwościowe w łączach międzysekcyjnych dzielimy na dwa podzbiory:  $\mathbb{S}_1^{CA2}$  i  $\mathbb{S}_2^{CA2}$ . Przez szczeliny przypisane do zbioru  $\mathbb{S}_1^{CA2}$  zestawiamy połączenia reprezentowane przez element  $h_{1,1}$  i elementy  $h_{2,2}, h_{3,3}, h_{2,3}$  i  $h_{3,2}$  (połączenia reprezentowane przez  $h_{1,1}$  nie są w konflikcie z nimi). Dla tych połączeń w zbiorze  $\mathbb{S}_1^{CA2}$  potrze-



**Rys. 5.3.** Przypisanie szczelin częstotliwościowych do zbiorów  $\mathbb{S}_i^{\text{CA}2}$  przy użyciu algorytmu CA2

bujemy  $\max \{ \max \{ h_{2,3}; h_{3,2} \} + \max \{ h_{2,2}; h_{3,3} \}; h_{1,1} \}$  szczelin częstotliwościowych. Połączenia reprezentowane przez  $h_{1,2}, h_{1,3}$ , oraz  $h_{2,1}, h_{3,1}$  możemy bezkonfliktowo zestawzić przez  $\max \{ h_{1,2} + h_{1,3}; h_{2,1} + h_{3,1} \}$  szczelin częstotliwościowych przypisanych do zbioru  $\mathbb{S}_2^{\text{CA}2}$ . W takim przypadku, całkowita liczba szczelin  $k_{\text{RNB}}^{3 \times 3}$  (CA2) jest określona wzorem (patrz rys. 5.3):

$$\begin{aligned} k_{\text{RNB}}^{3 \times 3}(\text{CA}2) &= |\mathbb{S}_1^{\text{CA}2}| + |\mathbb{S}_2^{\text{CA}2}| \\ &= \max \{ \max \{ h_{2,3}; h_{3,2} \} + \max \{ h_{2,2}; h_{3,3} \}; h_{1,1} \} + \max \{ h_{1,2} + h_{1,3}; h_{2,1} + h_{3,1} \}. \end{aligned} \quad (5.9)$$

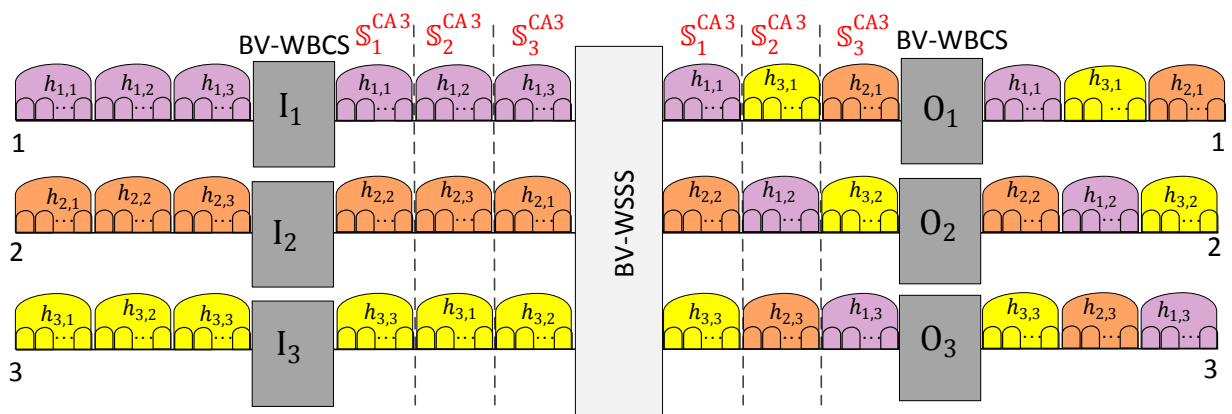
---

#### Algorytm 5.4 (CA2)

---

**Require:**  $\mathbb{C}$

- 1: Utwórz macierz  $\mathbf{H}^{3 \times 3}$ ;
  - 2: Przypisz szczeliny częstotliwościowe do połączeń zgodnie z tabelą (5.1) ;
  - 3: **return** Szczeliny częstotliwościowe przypisane do połączeń w  $\mathbb{C}$
- 



**Rys. 5.4.** Przypisanie szczelin częstotliwościowych do zbiorów  $\mathbb{S}_i^{\text{CA}3}$  przy użyciu algorytmu CA3.

**Tablica 5.1.**

Przypisanie szczelin częstotliwościowych do połączeń przez algorytm CA2

Algorytm CA2			
$h_{i,j}$	numery przypisanych szczelin częstotliwościowych		zbiór
	od	do	
$h_{1,1}$	1	$h_{1,1}$	$\mathbb{S}_1^{\text{CA2}}$
$h_{2,2}$	1	$h_{2,2}$	
$h_{3,3}$	1	$h_{3,3}$	
$h_{3,2}$	$a + 1$	$a + h_{3,2}$	
$h_{2,3}$	$a + 1$	$a + h_{2,3}$	
$h_{1,2}$	$b + 1$	$b + h_{1,2}$	$\mathbb{S}_2^{\text{CA2}}$
$h_{1,3}$	$b + h_{1,2} + 1$	$b + h_{1,2} + h_{1,3}$	
$h_{2,1}$	$b + 1$	$b + h_{2,1}$	
$h_{3,1}$	$b + h_{2,1} + 1$	$b + h_{2,1} + h_{3,1}$	

$$a = \max\{h_{2,2}; h_{3,3}\}; \quad b = \max\{a + \max\{h_{2,3}; h_{3,2}\}; h_{1,1}\};$$

**Algorytm 5.5 (CA3)****Require:**  $\mathbb{C}$ 

- 1: Utwórz macierz  $\mathbf{H}^{3 \times 3}$ ;
- 2: Przypisz szczeliny częstotliwościowe do połączeń zgodnie z tabelą 5.2 ;
- 3: **return** Szczeliny częstotliwościowe przypisane do połączeń w  $\mathbb{C}$

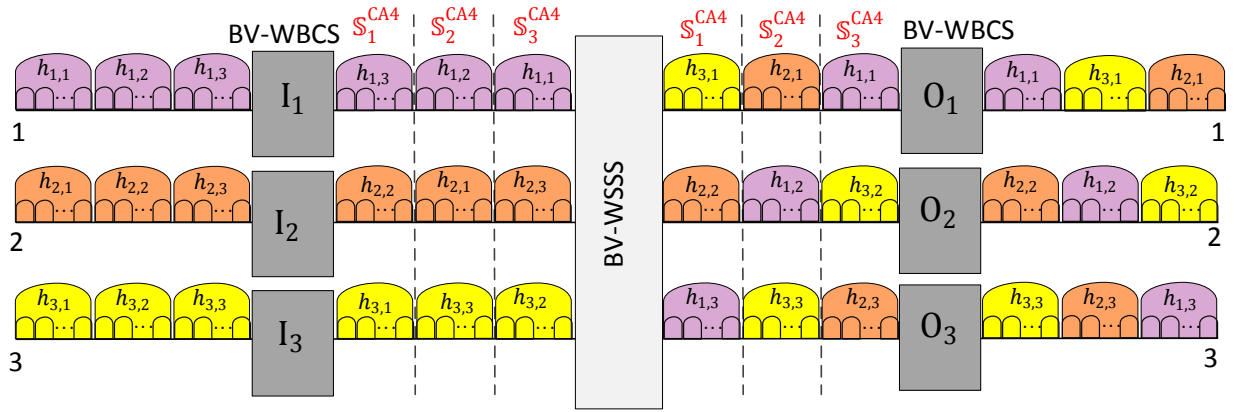
**Tablica 5.2.**

Przypisanie szczelin częstotliwościowych do połączeń przez algorytm CA3

Algorytm CA3			
$h_{i,j}$	numery przypisanych szczelin częstotliwościowych		zbiór
	od	do	
$h_{1,1}$	1	$h_{1,1}$	$\mathbb{S}_1^{\text{CA3}}$
$h_{2,2}$	1	$h_{2,2}$	
$h_{3,3}$	1	$h_{3,3}$	
$h_{1,2}$	$c + 1$	$c + h_{1,2}$	$\mathbb{S}_2^{\text{CA3}}$
$h_{2,3}$	$c + 1$	$c + h_{2,3}$	
$h_{3,1}$	$c + 1$	$c + h_{3,1}$	
$h_{1,3}$	$d + 1$	$d + h_{1,3}$	$\mathbb{S}_3^{\text{CA3}}$
$h_{2,1}$	$d + 1$	$d + h_{2,1}$	
$h_{3,2}$	$d + 1$	$d + h_{3,2}$	

$$c = \max\{h_{1,1}; h_{2,2}; h_{3,3}\}; \quad d = c + \max\{h_{1,2}; h_{2,3}; h_{3,1}\};$$

W algorytmie CA3, szczeliny częstotliwościowe w łączach międzysekcyjnych są podzielone na trzy pod-



**Rys. 5.5.** Przepisanie szczelin częstotliwościowych do zbiorów  $\mathbb{S}_i^{\text{CA4}}$  przy użyciu algorytmu CA4

zbiory:  $\mathbb{S}_1^{\text{CA3}}$ ,  $\mathbb{S}_2^{\text{CA3}}$  i  $\mathbb{S}_3^{\text{CA3}}$ . Szczeliny częstotliwościowe w zbiorze  $\mathbb{S}_1^{\text{CA3}}$  są stosowane do zestawiania połączeń reprezentowanych przez  $h_{1,1}$ ,  $h_{2,2}$  i  $h_{3,3}$ . Szczeliny ze zbioru  $\mathbb{S}_2^{\text{CA3}}$  są stosowane do zestawiania połączeń reprezentowanych przez  $h_{1,2}$ ,  $h_{2,3}$  i  $h_{3,1}$ , a te ze zbioru  $\mathbb{S}_3^{\text{CA3}}$  przydzielane są połączeniom reprezentowanym przez  $h_{1,3}$ ,  $h_{2,1}$  i  $h_{3,2}$ . W tym przypadku wartość  $k_{\text{RNB}}^{3 \times 3}$  (CA3) jest określona wzorem (patrz rys. 5.4):

$$\begin{aligned} k_{\text{RNB}}^{3 \times 3}(\text{CA3}) &= |\mathbb{S}_1^{\text{CA3}}| + |\mathbb{S}_2^{\text{CA3}}| + |\mathbb{S}_3^{\text{CA3}}| \\ &= \max\{h_{1,1}; h_{2,2}; h_{3,3}\} + \max\{h_{1,2}; h_{2,3}; h_{3,1}\} + \max\{h_{1,3}; h_{2,1}; h_{3,2}\}. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Algorytm CA4 jest podobny do CA3. Szczeliny częstotliwościowe w łączach międzysekcyjnych są podzielone na trzy podzbiory —  $\mathbb{S}_1^{\text{CA4}}$ ,  $\mathbb{S}_2^{\text{CA4}}$  i  $\mathbb{S}_3^{\text{CA4}}$  — ale są one przypisywane do połączeń w następujący sposób: szczeliny ze zbioru  $\mathbb{S}_1^{\text{CA4}}$  są stosowane przez połączenia reprezentowane przez  $h_{1,3}$ ,  $h_{2,2}$  i  $h_{3,1}$ , szczeliny ze zbioru  $\mathbb{S}_2^{\text{CA4}}$  przydzielane są połączeniom reprezentowanym przez  $h_{1,2}$ ,  $h_{2,1}$  i  $h_{3,3}$ , a te ze zbioru  $\mathbb{S}_3^{\text{CA4}}$  są zajmowane przez połączenia reprezentowane przez  $h_{1,1}$ ,  $h_{2,3}$  i  $h_{3,2}$ . Zatem analogicznie otrzymujemy (patrz rys. 5.5):

$$\begin{aligned} k_{\text{RNB}}^{3 \times 3}(\text{CA4}) &= |\mathbb{S}_1^{\text{CA4}}| + |\mathbb{S}_2^{\text{CA4}}| + |\mathbb{S}_3^{\text{CA4}}| \\ &= \max\{h_{1,3}; h_{2,2}; h_{3,1}\} + \max\{h_{1,2}; h_{2,1}; h_{3,3}\} + \max\{h_{1,1}; h_{2,3}; h_{3,2}\}. \end{aligned} \quad (5.11)$$

---

#### Algorytm 5.6 (CA4)

**Require:**  $\mathbb{C}$

- 1: Utwórz macierz  $\mathbf{H}^{3 \times 3}$ ;
  - 2: Przypisz szczeliny częstotliwościowe do połączeń zgodnie z tabelą 5.3 ;
  - 3: **return** Szczeliny częstotliwościowe przypisane do połączeń w  $\mathbb{C}$
- 

Opisane trzy algorytmy przypisują szczeliny częstotliwościowe do połączeń w ustalonych wzorcach podanych w tabelach 5.1–5.3, ale jeżeli weźmie się pod uwagę fakt, że macierz połączeń musi być najpierw

**Tablica 5.3.**

Przypisanie szczelin częstotliwościowych do połączeń przez algorytm CA4

Algorytm CA4			
$h_{i,j}$	numery przypisanych szczelin częstotliwościowych		zbiór
	od	do	
$h_{1,3}$	1	$h_{1,3}$	$\mathbb{S}_1^{\text{CA4}}$
$h_{2,2}$	1	$h_{2,2}$	
$h_{3,1}$	1	$h_{3,1}$	
$h_{1,2}$	$e + 1$	$e + h_{1,2}$	$\mathbb{S}_2^{\text{CA4}}$
$h_{2,1}$	$e + 1$	$e + h_{2,1}$	
$h_{3,3}$	$e + 1$	$e + h_{3,3}$	
$h_{1,1}$	$f + 1$	$f + h_{1,1}$	$\mathbb{S}_3^{\text{CA4}}$
$h_{2,3}$	$f + 1$	$f + h_{2,3}$	
$h_{3,2}$	$f + 1$	$f + h_{3,2}$	

$$e = \max\{h_{1,3}; h_{2,2}; h_{3,1}\}; \quad f = e + \max\{h_{1,2}; h_{2,1}; h_{3,3}\};$$

przeorganizowana tak aby były spełnione warunki (5.7) i (5.8), a na końcu musi być przywrócona do pierwotnego stanu, przypisanie szczelin do dwóch macierzy może być różne. Z równań (5.10) i (5.11) możemy wywnioskować, że  $n \leq k_{\text{RNB}}^{3 \times 3}(\text{CA3}) \leq 3n$  i  $n \leq k_{\text{RNB}}^{3 \times 3}(\text{CA4}) \leq 3n$ , ale te zależności są prawdziwe dla różnych zestawów połączeń  $\mathbb{C}$ . Wartość  $k_{\text{RNB}}^{3 \times 3}(\text{CA2})$  jest także nie większa niż  $3n$ . Ponieważ dla danego  $\mathbb{C}$ ,  $k_{\text{RNB}}^{3 \times 3}(\text{CA2})$ ,  $k_{\text{RNB}}^{3 \times 3}(\text{CA3})$  i  $k_{\text{RNB}}^{3 \times 3}(\text{CA4})$  mogą przyjmować różne wartości, lepszym rozwiązaniem będzie wybrać ten algorytm, który wymaga najmniejszej liczby szczelin częstotliwościowych.

Dlatego zaproponowaliśmy następną algorytm, CA5 (Algorytm 5.7), który polega na sprawdzeniu dla danego  $\mathbb{C}$  algorytmów CA2, CA3 i CA4, i wybraniu najlepszego z nich. Liczba szczelin częstotliwościowych wymagana przez algorytm CA5 aby zestawić dowolne możliwe  $\mathbb{C}$ s określi nam warunek dostateczny przestrajalności dla tego algorytmu.

**Algorytm 5.7 (CA5)****Require:**  $\mathbb{C}$ 

- 1: Utwórz dla  $\mathbb{C}$  macierz  $\mathbf{H}^{3 \times 3}$ ;
- 2: Oblicz  $k_{\text{RNB}}^{3 \times 3}(\text{CA2})$  stosując wzór (5.9);
- 3: Oblicz  $k_{\text{RNB}}^{3 \times 3}(\text{CA3})$  stosując wzór (5.10);
- 4: Oblicz  $k_{\text{RNB}}^{3 \times 3}(\text{CA4})$  stosując wzór (5.11);
- 5:  $k = \min\{k_{\text{RNB}}^{3 \times 3}(\text{CA2}); k_{\text{RNB}}^{3 \times 3}(\text{CA3}); k_{\text{RNB}}^{3 \times 3}(\text{CA4})\}$ ;
- 6: Zestaw połączenia stosując algorytm, dla którego  $k_{\text{RNB}}^{3 \times 3}(\text{CA}_i)$  jest najmniejsze ;
- 7: **return** Szczeliny częstotliwościowe w łączach międzysekcyjnych przypisane do połączeń.



### 5.2.4. Warunki wystarczające przestrajalności pola WSW1(3, $n, k$ )

Problemem do rozwiązania jest wyznaczenie liczby szczelin częstotliwościowych w łączach międzysekcyjnych potrzebnych do zrealizowania wszystkich możliwych  $\mathbb{C}$ s, to znaczy znaleźć:

$$k_{\text{RNB}}^{3 \times 3}(\text{CA5}) = \max_{\mathbb{C}} \{ \min \{ k_{\text{RNB}}^{3 \times 3}(\text{CA2}); k_{\text{RNB}}^{3 \times 3}(\text{CA3}); k_{\text{RNB}}^{3 \times 3}(\text{CA4}) \} \}. \quad (5.12)$$

Rozwiązanie podaje następujące twierdzenie.

**Twierdzenie 5.7.** Pole komutacyjne WSW1(3,  $n, k$ ) jest przestrajalne dla połączeń  $m$ -szczelinowych,  $1 \leq m \leq m_{\text{max}} \leq n$ , przy zastosowaniu algorytmu CA5, gdy:

$$k \geq k_{\text{RNB}}^{3 \times 3}(\text{CA5}) = n + \left\lfloor \frac{2n}{5} \right\rfloor. \quad (5.13)$$

Dowód jest podany w rozprawie na stronie 87.

## 5.3. Pole WSW1( $r, n, k$ ) z $r > 3$

Algorytmy zaproponowane w poprzednich podrozdziałach nie mogą być w prosty sposób rozszerzone dla pól z dowolną wartością  $r$ . Możemy jednak podzielić  $\mathbb{C}$  na podzbiory zawierające tylko połączenia pomiędzy dwoma (lub trzema) komutatorami wejściowymi i wyjściowymi, i przypisać oddzielne podzbiory szczelin w łączach międzysekcyjnych do każdego z tych podzbiorów. W obrębie każdego podzbioru szczelin w łączach międzysekcyjnych możemy zastosować algorytm dla pola WSW1(2,  $n, k$ ) lub WSW1(3,  $n, k$ ). Na przykład macierz  $\mathbf{H}^{4 \times 4}$  może być podzielona na cztery podmacierze  $\mathbf{H}^{2 \times 2}$  w następujący sposób:

$$\mathbf{H}^{4 \times 4} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{1,1}^{2 \times 2} & \mathbf{H}_{1,2}^{2 \times 2} \\ \mathbf{H}_{2,1}^{2 \times 2} & \mathbf{H}_{2,2}^{2 \times 2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & h_{1,3} & h_{1,4} \\ h_{2,1} & h_{2,2} & h_{2,3} & h_{2,4} \\ h_{3,1} & h_{3,2} & h_{3,3} & h_{3,4} \\ h_{4,1} & h_{4,2} & h_{4,3} & h_{4,4} \end{bmatrix}. \quad (5.14)$$

### 5.3.1. Algorytm CA6 dla pola WSW1( $r, n, k$ ) z $r > 3$

W zaproponowanym algorytmie CA6 (algorytm 5.8), połączenia reprezentowane przez podmacierze  $\mathbf{H}_{1,1}^{2 \times 2}$  i  $\mathbf{H}_{2,2}^{2 \times 2}$  mogą wykorzystać szczeliny częstotliwościowe o tych samych numerach w łączach międzysekcyjnych. Dlatego dla każdej podmacierzy możemy zastosować zbiór szczelin częstotliwości, na przykład  $\mathbb{S}_1^{\text{CA6}}$ , i przypisać je do połączeń wykorzystując algorytm CA1. Inny zbiór szczelin częstotliwościowych, oznaczony przez  $\mathbb{S}_2^{\text{CA6}}$  może być zastosowany do realizacji połączeń reprezentowanych przez macierze  $\mathbf{H}_{1,2}^{2 \times 2}$  i  $\mathbf{H}_{2,1}^{2 \times 2}$ . W ogólnym przypadku macierz  $\mathbf{H}^{r \times r}$  może być podzielona na  $\left\lceil \frac{r}{2} \right\rceil^2$  podmacierzy  $\mathbf{H}^{2 \times 2}$ . Szczeliny częstotliwościowe

w łączach międzysekcyjnych muszą być podzielone na  $\lceil \frac{r}{2} \rceil$  podzbiorów:  $\mathbb{S}_1^{\text{CA6}}, \mathbb{S}_2^{\text{CA6}}, \dots, \mathbb{S}_{\lceil \frac{r}{2} \rceil}^{\text{CA6}}$ . Istnieje wiele możliwości przypisania podmacierzy do podzbiorów, ale gdy każdy z tych podzbiorów zawiera liczbę szczelin określoną wzorem (5.5), każde z przypisań będzie prowadziło do sukcesu. Jedno z takich przypisań zostało zastosowane w algorytmie CA6 (algorytm 5.8). Dla każdej podmacierzy i przypisanego jest podzbioru szczelin możemy zastosować algorytm CA1 do przypisania szczelin do połączeń.

---

**Algorytm 5.8 (CA6)**


---

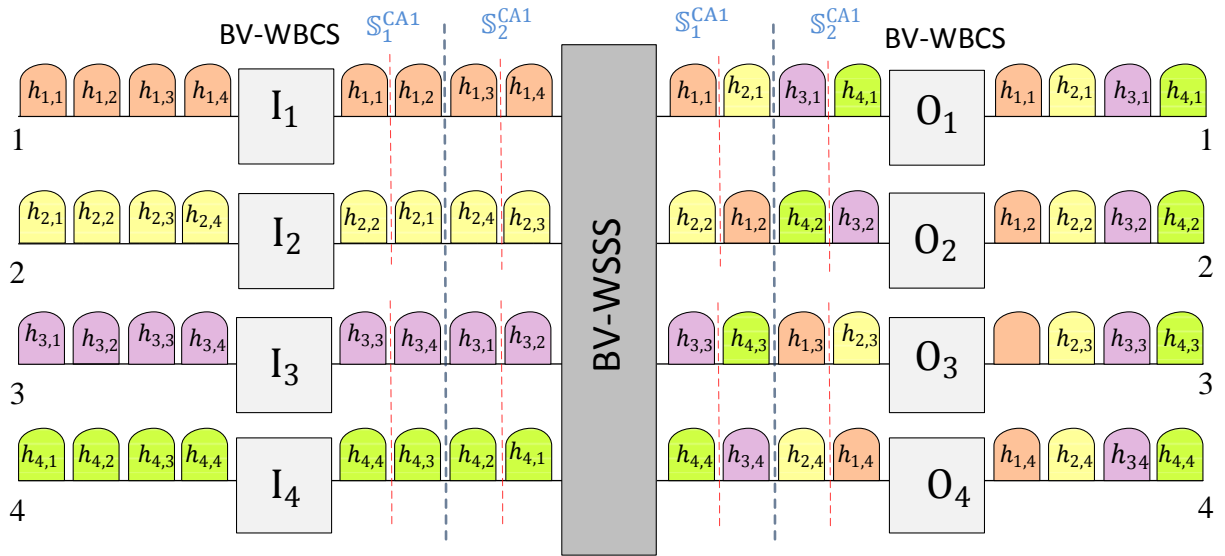
**Require:**  $\mathbb{C}$ 

- 1: Wyznacz macierz  $\mathbf{H}^{r \times r}$  dla zestawu  $\mathbb{C}$  ;
  - 2: Podziel szczeliny częstotliwościowe w łączach międzysekcyjnych na  $\lceil \frac{r}{2} \rceil$  zbiorów sąsiednich szczelin;
  - 3: **for**  $x \leftarrow 1$  **to**  $\lceil \frac{r}{2} \rceil$  **do**
  - 4:   **for**  $i \leftarrow 1$  **to**  $\lceil \frac{r}{2} \rceil$  **do**
  - 5:      $j = (i + x - 1) \text{MOD } \lceil \frac{r}{2} \rceil$ ;
  - 6:     **if**  $j = 0$  **then**
  - 7:        $j = \lceil \frac{r}{2} \rceil$
  - 8:     Przypisz szczeliny o numerach od  $(x - 1)n + 1$  do  $xn$  (zbiór  $\mathbb{S}_x^{\text{CA6}}$ ) do  $\mathbf{H}_{i,j}^{2 \times 2}$  stosując algorytm CA1
  - 9:     **end if**
  - 10:   **end for**
  - 11: **end for**
  - 12: **return** Szczeliny przypisane do połączeń pomiędzy wejściami i wyjściami
- 

Rysunek 5.6 pokazuje jak wygląda przypisanie do połączeń w macierzy  $\mathbf{H}^{4 \times 4}$  zgodnie z algorytmem CA6. Algorytm może być zastosowany, gdy  $r$  jest liczbą nieparzystą przez dodanie fikcyjnego wejścia i wyjścia. Wszystkie szczeliny z tego fikcyjnego wejścia są kierowane do fikcyjnego wyjścia. Przykład podziału macierzy  $\mathbf{H}^{5 \times 5}$  na podmacierze  $\mathbf{H}^{2 \times 2}$  jest następujący (D fikcyjne połączenia z fikcyjnego wejścia do fikcyjnego wyjścia):

$$\mathbf{H}^{5 \times 5} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{1,1}^{2 \times 2} & \mathbf{H}_{1,2}^{2 \times 2} & \mathbf{H}_{1,3}^{2 \times 2} \\ \mathbf{H}_{2,1}^{2 \times 2} & \mathbf{H}_{2,2}^{2 \times 2} & \mathbf{H}_{2,3}^{2 \times 2} \\ \mathbf{H}_{3,1}^{2 \times 2} & \mathbf{H}_{3,2}^{2 \times 2} & \mathbf{H}_{3,3}^{2 \times 2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & h_{1,3} & h_{1,4} & h_{1,5} & \text{D} \\ h_{2,1} & h_{2,2} & h_{2,3} & h_{2,4} & h_{2,5} & \text{D} \\ h_{3,1} & h_{3,2} & h_{3,3} & h_{3,4} & h_{3,5} & \text{D} \\ h_{4,1} & h_{4,2} & h_{4,3} & h_{4,4} & h_{4,5} & \text{D} \\ h_{5,1} & h_{5,2} & h_{5,3} & h_{5,4} & h_{5,5} & \text{D} \\ \text{D} & \text{D} & \text{D} & \text{D} & \text{D} & \text{D} \end{bmatrix}. \quad (5.15)$$

Warunki przestrajalności dla algorytmu CA6 określa następujące twierdzenie.



Rys. 5.6. Pole komutacyjne WSW1( $4, n, k$ ) z prezentacją działania algorytmu CA6

**Twierdzenie 5.8.** Pole komutacyjne WSW1( $r, n, k$ ) jest przestrajalne dla połączeń  $m$ -szczelinowych,  $1 \leq m \leq m_{\max} \leq n$ , i dla  $r > 3$  przy zastosowaniu algorytmu CA6, gdy:

$$k \geq k_{\text{RNB}}^{r \times r}(\text{CA6}) = \left\lceil \frac{r}{2} \right\rceil n. \quad (5.16)$$

*Dowód.* Z przytoczonej wcześniej dyskusji możemy wywnioskować, że potrzebujemy  $\lceil \frac{r}{2} \rceil$  podzbiorów  $\mathbb{S}_x^{\text{CA6}}$ ,  $1 \leq x \leq \lceil \frac{r}{2} \rceil$ , każdy z liczbą szczelin  $|\mathbb{S}_x^{\text{CA6}}| = n$  określoną twierdzeniem 5.5 i szczeliny w każdym podzbiornie są przypisane do połączeń zgodnie z algorytmem CA1.  $\square$

### 5.3.2. Algorytm CA7 dla pola WSW1( $r, n, k$ ) z $r > 3$

Analogicznie jak algorytm CA1 możemy zastosować algorytmy zaproponowane dla pola WSW1( $3, n, k$ ). Macierz  $\mathbf{H}^{r \times r}$  jest teraz podzielona na  $\lceil \frac{r}{3} \rceil^2$  podmacierzy, a gdy  $\frac{r}{3}$  nie jest liczbą całkowitą, dodajemy fikcyjne wejścia i wyjścia. Przykład podziału macierzy  $\mathbf{H}^{5 \times 5}$  na podmacierze  $\mathbf{H}^{3 \times 3}$  jest następujący (D oznacza fikcyjne połączenia z fikcyjnego wejścia do fikcyjnego wyjścia):

$$\mathbf{H}^{5 \times 5} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{1,1}^{3 \times 3} & \mathbf{H}_{1,2}^{3 \times 3} \\ \mathbf{H}_{2,1}^{3 \times 3} & \mathbf{H}_{2,2}^{3 \times 3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & h_{1,3} & h_{1,4} & h_{1,5} & D \\ h_{2,1} & h_{2,2} & h_{2,3} & h_{2,4} & h_{2,5} & D \\ h_{3,1} & h_{3,2} & h_{3,3} & h_{3,4} & h_{3,5} & D \\ h_{4,1} & h_{4,2} & h_{4,3} & h_{4,4} & h_{4,5} & D \\ h_{5,1} & h_{5,2} & h_{5,3} & h_{5,4} & h_{5,5} & D \\ D & D & D & D & D & D \end{bmatrix}, \quad (5.17)$$

a przykład podziału macierzy  $\mathbf{H}^{7 \times 7}$  na podmacierze  $\mathbf{H}^{3 \times 3}$  jest następujący (D oznacza fikcyjne połączenia z fikcyjnego wejścia do fikcyjnego wyjścia):

$$\mathbf{H}^{7 \times 7} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{1,1}^{3 \times 3} & \mathbf{H}_{1,2}^{3 \times 3} & \mathbf{H}_{1,3}^{3 \times 3} \\ \mathbf{H}_{2,1}^{3 \times 3} & \mathbf{H}_{2,2}^{3 \times 3} & \mathbf{H}_{2,3}^{3 \times 3} \\ \mathbf{H}_{3,1}^{3 \times 3} & \mathbf{H}_{3,2}^{3 \times 3} & \mathbf{H}_{3,3}^{3 \times 3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & h_{1,3} & h_{1,4} & h_{1,5} & h_{1,6} & h_{1,7} & D & D \\ h_{2,1} & h_{2,2} & h_{2,3} & h_{2,4} & h_{2,5} & h_{2,6} & h_{2,7} & D & D \\ h_{3,1} & h_{3,2} & h_{3,3} & h_{3,4} & h_{3,5} & h_{3,6} & h_{3,7} & D & D \\ h_{4,1} & h_{4,2} & h_{4,3} & h_{4,4} & h_{4,5} & h_{4,6} & h_{4,7} & D & D \\ h_{5,1} & h_{5,2} & h_{5,3} & h_{5,4} & h_{5,5} & h_{5,6} & h_{5,7} & D & D \\ h_{6,1} & h_{6,2} & h_{6,3} & h_{6,4} & h_{6,5} & h_{6,6} & h_{6,7} & D & D \\ h_{7,1} & h_{7,2} & h_{7,3} & h_{7,4} & h_{7,5} & h_{7,6} & h_{7,7} & D & D \\ D & D & D & D & D & D & D & D & D \\ D & D & D & D & D & D & D & D & D \end{bmatrix}. \quad (5.18)$$

Dla macierzy  $\mathbf{H}^{r \times r}$  możemy zastosować algorytm CA7 (algorytm 5.9), a połączenia reprezentowane przez jedną podmacierz  $\mathbf{H}^{3 \times 3}$  mogą być zestawione przy zastosowaniu algorytmu CA5 (algorytm 5.7).

---

**Algorytm 5.9 (CA7)**


---

**Require:**  $\mathbb{C}$

- 1: Wyznacz macierz  $\mathbf{H}^{r \times r}$  dla zestawu  $\mathbb{C}$  ;
  - 2: Podziel szczeliny częstotliwościowe w łączach międzysekcyjnych na  $\lceil \frac{r}{3} \rceil$  zbiorów sąsiednich szczelin;
  - 3: **for**  $x \leftarrow 1$  **to**  $\lceil \frac{r}{3} \rceil$  **do**
  - 4:   **for**  $i \leftarrow 1$  **to**  $\lceil \frac{r}{3} \rceil$  **do**
  - 5:      $j = (i + x - 1) \text{MOD} \lceil \frac{r}{3} \rceil$ ;
  - 6:     **if**  $j = 0$  **then**
  - 7:        $j = \lceil \frac{r}{3} \rceil$
  - 8:     Przypisz szczeliny o numerach od  $(x - 1)n + 1$  do  $xn$  (zbiór  $\mathbb{S}_x^{\text{CA7}}$ ) do  $\mathbf{H}_{i,j}^{3 \times 3}$  stosując algorytm CA5
  - 9:     **end if**
  - 10:   **end for**
  - 11: **end for**
  - 12: **return** Szczeliny przypisane do połączeń pomiędzy wejściami i wyjściami
- 

Warunki przestrajalności w tym przypadku podane są w następującym twierdzeniu.

**Twierdzenie 5.9.** Pole komutacyjne WSW1( $r, n, k$ ) jest przestrajalne dla połączeń  $m$ -szczelinowych,  $1 \leq$

$m \leq m_{\max} \leq n$ , przy zastosowaniu algorytmu CA7, gdy:

$$k \geq k_{\text{RNB}}^{r \times r}(\text{CA7}) = \left\lceil \frac{r}{3} \right\rceil \left( n + \left\lfloor \frac{2n}{5} \right\rfloor \right). \quad (5.19)$$

*Dowód.* Dowód jest podobny do dowodu twierdzenia 5.8, ale tym razem szczeliny częstotliwościowe w łąkach międzysekcyjnych są podzielone na  $\left\lceil \frac{r}{3} \right\rceil$  podzbiorów  $\mathbb{S}_x^{\text{CA7}}$ ,  $1 \leq x \leq \left\lceil \frac{r}{3} \right\rceil$  z  $|\mathbb{S}_x^{\text{CA7}}| = n + \left\lfloor \frac{2n}{5} \right\rfloor$  szczelinami w każdym podzbiorze, zgodnie z twierdzeniem (5.7). Każdy z tych podzbiorów jest dalej dzielony zgodnie z algorytmem CA5.  $\square$

Twierdzenia (5.8) i (5.9) określają liczbę szczelin częstotliwościowych wystarczającą do realizacji wszystkich możliwych  $\mathbb{C}$ . Dowiedzenie warunków koniecznych jest znacznie trudniejsze, ponieważ liczba możliwych przypisań szczelin do połączeń w macierzy  $\mathbf{H}^{r \times r}$  rośnie bardzo szybko. Warunek ten nie może być jednak mniejszy niż ten wyznaczony dla pola WSW1(3,  $n, k$ ).

**Twierdzenie 5.10.** Pole komutacyjne WSW1( $r, n, k$ ) jest przestrajalne dla  $n \geq 4$  i  $r \geq 3$  tylko wtedy, gdy:

$$k \geq k_{\text{RNB}}^{r \times r} = n + \left\lfloor \frac{n}{4} \right\rfloor. \quad (5.20)$$

*Dowód.* W polu komutacyjnym WSW1( $r, n, k$ ) może istnieć zbiór połączeń tylko z komutatorów  $I_1, I_2$  i  $I_3$  do komutatorów  $O_1, O_2$  i  $O_3$ , i wtedy wymagają one liczby szczelin częstotliwościowych określonej twierdzeniem 5.7.  $\square$



# 6

## Warunki przestrajalności dla pól komutacyjnych

### $WSW2(p, q, r, n, k)$

W tym rozdziale rozważamy warunki konieczne i wystarczające przestrajalności pola komutacyjnego  $WSW2(p, q, r, n, k)$ . Pokazujemy warunki dosteczne przestrajalności pola o dwóch wejściach i dwóch wyjściach. Dla jednoczesnego zestawiania połączeń proponujemy algorytm, który zawsze kończą się sukcesem w polach spełniających warunki dosteczne przestrajalności. Następnie rozszerzamy zaproponowany algorytm na pola z  $r$  wejściami i  $r$  wyjściami i wyznaczamy warunki, przy których ten algorytm zawsze zakończy się sukcesem. Wymagana liczba komutatorów sekcji środkowej jest znacząco niższa niż w przypadku pól nieblokonalnych w wąskim sensie. We wszystkich przypadkach rozważany tylko pola z  $k = n$ .

#### 6.1. Warunki konieczne przestrajalności pola $WSW2(p, q, r, n, n)$

Na początek rozważamy warunki konieczne przestrajalności pola  $WSW2(p, q, r, n, n)$ . Intuicyjnie nie jest trudno przewidzieć, że wymagana liczba komutatorów w sekcji środkowej wynosi  $q$ , to znaczy liczba wszystkich szczelin częstotliwościowych wychodzących z komutatora wejściowego jest taka sama jak liczba szczelin do niego wchodzących. Jednakże ze względu na warunek sąsiedztwa, połączenia nie mogą być podzielone w łączach międzysekcyjnych i dlatego liczba wymaganych komutatorów sekcji środkowej jest większa niż  $q$ .

**Twierdzenie 6.1.** Pole komutacyjne  $WSW2(p, q, r, n, n)$  z  $q \geq 2$  i  $n \geq 7$  jest przestrajalne dla połączeń  $m$ -szczelinowych,  $1 \leq m \leq m_{\max} \leq n$ , tylko wtedy, gdy:

$$p \geq p_{\text{RNB}}^{r \times r} = q + \left\lceil \frac{\lfloor \frac{qm_1}{n} \rfloor m_2 + m_6}{n} \right\rceil, \quad (6.1)$$

gdzie

$$m_1 = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + 1, \quad (6.2)$$

$$m_2 = \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil - 1, \quad (6.3)$$

$$m_6 = m_2 - \min \left\{ m_2; n - \left( qm_1 - \left\lfloor \frac{qm_1}{n} \right\rfloor n \right) \right\}. \quad (6.4)$$

Dowód tego twierdzenia można znaleźć w rozprawie na stronach 102-104. Twierdzenie 6.1 podaje warunki konieczne, to znaczy, że nie istnieje algorytm, który zapewni zestawienie wszystkich możliwych  $\mathbb{C}$ , gdy pole zawiera mniej BV-WSSS niż jest to określone równaniem (6.1). Gdy  $n$  jest duże, możemy aproksymować  $m_1 \approx \frac{n}{2}$  i  $m_2 \approx \frac{n}{2}$ , podczas gdy  $m_6 = 0$ . Podstawiając te wartości do równania (6.1) otrzymujemy:

$$p \geq q + \left\lceil \frac{q}{4} \right\rceil \approx 1.25q. \quad (6.5)$$

Możemy zatem powiedzieć, że potrzebujemy przynajmniej 25% więcej komutatorów w sekcji środkowej niż jest wejść w każdym komutatorze sekcji pierwszej. Nie oznacza to jednak, że ta liczba komutatorów jest wystarczająca. Obecnie nie znany jest algorytm, który zapewni zestawienie wszystkich możliwych  $\mathbb{C}$  przy takiej liczbie komutatorów w sekcji środkowej. W następnym podrozdziale wyznaczymy warunki dostateczne przestrajalności pola komutacyjnego  $WSW2(p, q, 2, n, n)$  i zaproponujemy algorytm sterowania, który zrealizuje dowolne  $\mathbb{C}$ , jednakże aby on zawsze zakończył się sukcesem, liczba wymaganych komutatorów BV-WSSS jest większa niż ta określona warunkami koniecznymi.

## 6.2. Warunki wystarczające przestrajalności pola $WSW2(p, q, 2, n, n)$

Twierdzenie 6.1 podaje liczbę komutatorów, poniżej której pewne zestawy połączeń nie mogą być jednocześnie zestawione w polu  $WSW2(p, q, r, n, n)$ . Obecnie rozważymy, jaka liczba komutatorów będzie wystarczająca do zestawienia wszystkich możliwych zestawów połączeń. Najpierw zajmiemy się polem komutacyjnym  $WSW2(p, q, 2, n, n)$ , a pole z  $r > 2$  będziemy rozważać w kolejnym podrozdziale.

### 6.2.1. Warunki wystarczające

W macierzy  $H^{2 \times 2}$  (4.15) połączenia reprezentowane przez  $h_{1,1}$  i  $h_{2,2}$  są kierowane z różnych komutatorów wejściowych do różnych komutatorów wyjściowych, więc mogą być obsługane przez ten sam zestaw komutatorów BV-WSSS i przy wykorzystaniu szczelin częstotliwościowych o tych samych numerach. Podobnie połączenia reprezentowane przez  $h_{1,2}$  i  $h_{2,1}$  nie są w konflikcie w łączach międzysekcyjnych i mogą być zestawione przez kolejny zestaw komutatorów BV-WSSSs i wykorzystać szczeliny częstotliwościowe o tych samych numerach. Jeżeli w obu zbiorach jest wystarczająca liczba komutatorów aby zestawić wszystkie możliwe zestawy połączeń  $\mathbb{C}$ , pole komutacyjne  $WSW2(p, q, 2, n, n)$  jest przestrajalne. Zatem pytaniem jest, ile komutatorów BV-WSSS potrzebujemy i jak je podzielić pomiędzy te dwa zestawy. Liczba komutatorów BV-WSSS potrzebnych do jednoczesnego zestawienia połączeń w dowolnym zbiorze  $\mathbb{C}$  została określona następującym twierdzeniem.



**Twierdzenie 6.2.** Pole komutacyjne WSW2( $p, q, 2, n, n$ ) z  $q \geq 2$  i  $n \geq 3$  jest przestrajalne dla połączeń  $m$ -szczelinowych,  $1 \leq m \leq m_{max} \leq n$ , gdy:

$$p \geq p_{\text{RNBs}}^{2 \times 2} = \left\lceil \frac{nq}{2} \right\rceil \max_{1 \leq h_{1,1} \leq qm_1} \left\{ \min \left\{ q; \left\lceil \frac{h_{1,1}}{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1} \right\rceil \right\} + \left\lceil \frac{nq - h_{1,1}}{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1} \right\rceil + R(h_{1,1}) + R(nq - h_{1,1}) \right\}, \quad (6.6)$$

gdzie  $m_1 = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1$  oraz

$$R(z) = \begin{cases} 1, & \text{dla } n \text{ parzystego oraz } z \bmod (\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1) = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor; \\ 0, & \text{w przeciwnym przypadku.} \end{cases} \quad (6.7)$$

Dowód tego twierdzenia podano na stronach 1107-108 rozprawy.

### 6.2.2. Algorytm CSSD

W twierdzeniu 6.2 wykazaliśmy, że gdy połączenia z jednego komutatora wejściowego do dwóch różnych komutatorów wyjściowych są zestawione przez oddzielne podzbiory komutatorów sekcji środkowej, to wystarczająca liczba komutatorów sekcji środkowej do realizacji dowolnego zestawu połączeń jest określona równaniem (6.6). Obecnie proponujemy algorytm przypisujący połączenia w  $\mathbb{C}$  do komutatorów sekcji środkowej i do szczelin częstotliwościowych w łączach międzysekcyjnych.

Zanim przejdziemy do opisu algorytmu zdefiniujemy dwie kolejne macierze, które są wykorzystywane w tym algorytmie. Pierwsza macierz, oznaczona przez  $\mathbf{A}_i^{q \times 2}$ , jest zdefiniowana w następujący sposób:

$$\mathbf{A}_i^{q \times 2} = [a_{v,j}^i], \quad 1 \leq i, j \leq 2, \text{ and } 1 \leq v \leq q, \quad (6.8)$$

gdzie elementy  $a_{v,j}^i$  są wyznaczone zgodnie z algorytmem 6.10. Zadaniem tego algorytmu jest pogrupowanie połączeń z kilku łączy wejściowych tak, że mogą one być zestawione przez jedno łącze międzysekcyjne do komutatora sekcji środkowej. Każdy element  $a_{v,j}^i$  reprezentuje liczbę szczelin częstotliwościowych zajmowanych przez połączenia z kilku łączy wejściowych komutatora  $I_i$  i kierowanych do komutatora  $O_j$ , i ta liczba nie jest większa od  $n$ . Ponieważ każdy element  $h_{i,j}[v]$  jest liczony tylko raz, prawdziwe jest następujące równanie:

$$h_{1,1} = \sum_{v=1}^q a_{v,j}^i. \quad (6.9)$$

Kolejna macierz oznaczona jest przez  $\mathbf{T}_i^{q \times 2}$ ,

$$\mathbf{T}_i^{q \times 2} = [t_{v,j}^i], \quad 1 \leq i, j \leq 2, \text{ and } 1 \leq v \leq q, \quad (6.10)$$

a elementy  $t_{v,j}^i$  tworzą częściowo uporządkowany zbiór. Macierz  $\mathbf{T}_i^{q \times 2}$  jest otrzymywana z macierzy  $\mathbf{A}_i^{q \times 2}$  przez uporządkowanie elementów w każdej kolumnie macierzy  $\mathbf{A}_i^{q \times 2}$  w porządku malejącym. W efekcie dwa dowolne elementy  $t_{v,j}^i$  i  $t_{v',j}^i$  w tej samej kolumnie  $j$  są uporządkowane w ten sposób, że  $t_{v,j}^i \geq t_{v',j}^i$  dla

$v < v'$ . Ideą proponowanego algorytmu jest podzielenie komutatorów BV-WSSSs na dwa podzbiory:  $\mathbb{M}_1$  i  $\mathbb{M}_2$ . Zbiór  $\mathbb{M}_1$  zawiera  $v_1$  komutatorów ponumerowanych od 1 do  $v_1$  przeznaczonych do zestawienia połączeń  $I_1-O_1$  i  $I_2-O_2$ . Kolejne komutatory, ponumerowane od  $v_1 + 1$  do  $v_1 + v_2$ , ze zbioru  $\mathbb{M}_2$ , są przypisane do realizacji połączeń  $I_1-O_2$  i  $I_2-O_1$ . Jeżeli to jest możliwe, połączenia z różnych wejść komutatora  $I_i$  kierowane do tego samego komutatora wyjściowego  $O_j$  są grupowane i zestawiane przez jeden komutator sekcji środkowej. Zaproponowany algorytm wyboru dróg połączeniowych, nazwany algorytmem CSSD (ang. *center-stage switches decomposition algorithm*), jest opisany jako algorytm 6.11. Algorytm rozpoczyna się od wyznaczenia dla danego  $\mathbb{C}$  macierzy  $\mathbf{H}^{2 \times 2}$  i obliczenia liczby szczelin częstotliwościowych wykorzystywanych przez połączenia z każdego łącza wejściowego do różnych komutatorów wyjściowych,  $h_{i,j}[v]$ . Następnie tworzone są macierze  $\mathbf{A}_i^{q \times 2}$  i przekształcane są one dalej do macierzy  $\mathbf{T}_i^{q \times 2}$  przez uporządkowanie elementów w każdej kolumnie w porządku malejącym. W kolejnym kroku licznik  $v_1$  zostaje ustawiony na 1. Wskazuje on na wiersze w macierzach  $\mathbf{T}_i^{q \times r}$ , które z kolei wskazują połączenia, które zostaną przypisane do komutatora  $M_{v_1}$  (także indeksowanego tym wskaźnikiem). Komutatory te są wykorzystane przez połączenia  $I_1-O_1$  i  $I_2-O_2$ . Licznik  $v_1$  jest zwiększany o 1 w pierwszej pętli *repeat*. Pętla kończy się, gdy wszystkie połączenia między tymi dwoma parami komutatorów zostaną przypisane do komutatorów BV-WSSSs, to znaczy gdy wartości w wierszu  $v_1$  macierzy  $\mathbf{T}_i^{q \times 2}$  są równe 0 lub gdy wszystkie  $q$  wierszy w tych macierzach zostanie sprawdzonych. Stąd ostatnim komutatorem wykorzystanym w tej pętli jest komutator  $M_{v_1}$ .

**Algorytm 6.10** Macierze ( $\mathbf{A}_i^{q \times 2}$ )**Require:** elementy  $h_{i,j}[v]$ 

```

1: for  $i = 1$  to  $2$  do
2:   for  $j = 1$  to  $2$  do
3:     for  $v = 1$  to  $q$  do
4:        $a_{v,j}^i = 0$ ;
5:       for  $l = 1$  to  $q$  do
6:         if  $h_{i,j}[l]$  nie jest oznaczone i  $a_{v,j}^i + h_{i,j}[l] \leq n$  then
7:            $a_{v,j}^i = a_{v,j}^i + h_{i,j}[l]$ ;
           przypisz połączenia reprezentowane przez  $h_{i,j}[l]$  do  $a_{v,j}^i$ ;
           oznacz  $h_{i,j}[l]$  jako policzony;
8:         end if
9:       end for
10:    end for
11:  end for
12: end for
13: return macierze  $\mathbf{A}_i^{q \times 2}$  z połączeniami przypisanymi do elementów  $a_{v,j}^i$ 

```

W kolejnym kroku używany w następnej pętli *repeat* licznik  $v_2$  jest ustawiany na 1. Wskazuje on komutatory BV-WSSSs przypisane do realizacji połączeń  $I_1-O_2$  i  $I_2-O_1$ . Ponieważ  $h_{1,1} \geq h_{1,2}$  może wystąpić przypadek, gdy  $h_{1,1} = nq$  i  $h_{1,2} = 0$  i w drugiej pętli nie ma żadnego połączenia do zestawienia. Dlatego w pętli jest dodana instrukcja *if* i pętla jest wykonywana tylko wtedy gdy  $t_{1,2}^1 \neq 0$  i/lub  $t_{1,1}^2 \neq 0$ . W innym przypadku instrukcje w pętli nie są wykonywane i ostatecznie  $v_2 = 0$ , gdyż żaden komutator sekcji środkowej nie jest użyty. Pętla ta, jeżeli jest wykonywana, kończy się gdy wskaźnik osiągnie pierwszy wiersz w macierzach  $\mathbf{T}_i^{q \times 2}$  z elementaim równymi 0. Ostatnim użytym komutatorem jest  $M_{v_1+v_2}$ . Algorytm 6.11 dzieli komutatory sekcji środkowej na dwa podzbiory:  $M_1$  i  $M_2$ , z  $|M_1| = v_1$  i  $|M_2| = v_2$  ( $|\cdot|$  oznacza moc zbioru). Algorytm 6.10 zapewnia, że dla dowolnych dwóch wartości  $v'$  i  $v''$ ,  $1 \leq v' \leq v''$ ,  $t_{v',j}^i + t_{v'',j}^i > n$ , to znaczy połączenia odpowiadające tym elementom nie mogą być zestawiane razem w jednym łączu międzysekcyjnym. Stąd  $v_1 \leq p_1 + R(h_{1,1})$  i  $v_2 \leq p_2 + R(h_{1,2})$ , to znaczy równanie (6.6). Ponieważ równanie to jest maksymalizowane po wszystkich możliwych  $\mathbb{C}$ s, algorytm CSSD ma zawsze wystarczającą liczbę komutatorów sekcji środkowej aby zrealizować dowolny zestaw  $\mathbb{C}$ .

**Algorytm 6.11** Algorytm CSSD (Center-Stage Switches Decomposition)**Require:**  $\mathbb{C}$ 

- 1: Utwórz macierz  $\mathbf{H}^{2 \times 2}$  i, jeżeli jest to konieczne, przekształć ją tak aby  $h_{1,1} \geq h_{1,2}$ ;
- 2: Oblicz wszystkie  $h_{i,j}[v]$ ;
- 3: Utwórz macierze  $\mathbf{A}_i^{q \times 2}$ ;
- 4: Utwórz macierze  $\mathbf{T}_i^{q \times 2}$ ;
- 5:  $v_1 = 1$ ;
- 6: **repeat**
- 7: Przypisz połączenia reprezentowane przez  $t_{v_1,1}^1$  do  $M_{v_1}$  i wykorzystaj szczeliny częstotliwościowe w łączach międzysekcyjnych prowadzących do tego komutatora oznaczone numerami od 1 do  $t_{v_1,1}^1$ ;
- 8: Przypisz połączenia reprezentowane przez  $t_{v_1,2}^2$  do  $M_{v_1}$  i wykorzystaj szczeliny częstotliwościowe w łączach międzysekcyjnych prowadzących do tego komutatora oznaczone numerami od 1 do  $t_{v_1,2}^2$ ;
- 9:  $v_1 = v_1 + 1$ ;
- 10: **until** ( $t_{v_1,1}^1 = 0$  i  $t_{v_1,2}^2 = 0$ ) lub  $v_1 = q + 1$
- 11:  $v_1 = v_1 - 1$ ;
- 12:  $v_2 = 1$ ;
- 13: **repeat**
- 14: **if**  $t_{v_2,2}^1 \neq 0$  i  $t_{v_2,1}^2 \neq 0$  **then**
- 15: Przypisz połączenia reprezentowane przez  $t_{v_2,2}^1$  do  $M_{v_1+v_2}$  i wykorzystaj szczeliny częstotliwościowe w łączach międzysekcyjnych prowadzących do tego komutatora oznaczone numerami od 1 do  $t_{v_2,2}^1$ ;
- 16: Przypisz połączenia reprezentowane przez  $t_{v_2,1}^2$  do  $M_{v_1+v_2}$  i wykorzystaj szczeliny częstotliwościowe w łączach międzysekcyjnych prowadzących do tego komutatora oznaczone numerami od 1 do  $t_{v_2,1}^2$ ;
- 17:  $v_2 = v_2 + 1$ ;
- 18: **end if**
- 19: **until** ( $t_{v_2,2}^1 = 0$  i  $t_{v_2,1}^2 = 0$ ) lub  $v_2 = q + 1$
- 20:  $v_2 = v_2 - 1$ ;
- 21: **return** Połączenia przypisane do komutatorów sekcji środkowej i szczelin częstotliwościowych w łączach międzysekcyjnych.

### 6.3. Warunki wystarczające przestrajalności

#### poła WSW2( $p, q, r, n, n$ ) z $r > 2$

Algorytm CSSD można rozszerzyć na pola WSW2( $p, q, r, n, n$ ) z  $r > 2$ . Różnica polega na tym, że połączenia w zestawie  $\mathbb{C}$  są dzielone na podzbiory, każdy podzbiór zawiera tylko połączenia między dwoma parami komutatorów wejściowych i wyjściowych. Podzbiory połączeń bez konfliktu w łączach międzysekcyjnych mogą być zestawione przez jeden podzbiór komutatorów BV-WSSSs. W obrębie każdego z podzbiorów możemy zastosować algorytm CSSD zaproponowany dla pól WSW2( $p, q, 2, n, n$ ). Rozważmy na przykład pole WSW2( $p, q, 6, n, n$ ) z następującą macierzą połączeń:

$$\mathbf{H}^{6 \times 6} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & h_{1,3} & h_{1,4} & h_{1,5} & h_{1,6} \\ h_{2,1} & h_{2,2} & h_{2,3} & h_{2,4} & h_{2,5} & h_{2,6} \\ h_{3,1} & h_{3,2} & h_{3,3} & h_{3,4} & h_{3,5} & h_{3,6} \\ h_{4,1} & h_{4,2} & h_{4,3} & h_{4,4} & h_{4,5} & h_{4,6} \\ h_{5,1} & h_{5,2} & h_{5,3} & h_{5,4} & h_{5,5} & h_{5,6} \\ h_{6,1} & h_{6,2} & h_{6,3} & h_{6,4} & h_{6,5} & h_{6,6} \end{bmatrix}. \quad (6.11)$$

Macierz tę możemy podzielić na 9 podmacierzy  $\mathbf{H}_{i,j}^{2 \times 2}$  w następujący sposób:

$$\mathbf{H}^{6 \times 6} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{1,1}^{2 \times 2} & \mathbf{H}_{1,2}^{2 \times 2} & \mathbf{H}_{1,3}^{2 \times 2} \\ \mathbf{H}_{2,1}^{2 \times 2} & \mathbf{H}_{2,2}^{2 \times 2} & \mathbf{H}_{2,3}^{2 \times 2} \\ \mathbf{H}_{3,1}^{2 \times 2} & \mathbf{H}_{3,2}^{2 \times 2} & \mathbf{H}_{3,3}^{2 \times 2} \end{bmatrix}, \quad (6.12)$$

gdzie

$$\mathbf{H}_{i,j}^{2 \times 2} = \begin{bmatrix} h_{2i-1,2j-1} & h_{2i-1,2j} \\ h_{2i,2j-1} & h_{2i,2j} \end{bmatrix}. \quad (6.13)$$

Na przykład macierze  $\mathbf{H}_{3,1}^{2 \times 2}$  i  $\mathbf{H}_{3,3}^{2 \times 2}$  wyglądają następująco:

$$\mathbf{H}_{3,1}^{2 \times 2} = \begin{bmatrix} h_{5,1} & h_{5,2} \\ h_{6,1} & h_{6,2} \end{bmatrix} \quad \text{i} \quad \mathbf{H}_{3,3}^{2 \times 2} = \begin{bmatrix} h_{5,5} & h_{5,6} \\ h_{6,5} & h_{6,6} \end{bmatrix}. \quad (6.14)$$

Połączenia z macierzy  $\mathbf{H}_{1,1}^{2 \times 2}$  nie są w konflikcie z połączeniami z macierzy  $\mathbf{H}_{2,2}^{2 \times 2}$  i  $\mathbf{H}_{3,3}^{2 \times 2}$ , zatem możemy do ich zestawienia użyć zbioru tych samych komutatorów BV-WSSSs. Ponieważ w najbardziej niekorzystnym przypadku połączenia pomiędzy dwoma komutatorami wejściowymi i wyjściowymi, reprezentowanymi przez macierz  $\mathbf{H}_{i,j}^{2 \times 2}$ , wymagają liczby komutatorów BV-WSSSs określonej wzorem (6.6), gdy taka liczba komutatorów znajduje się w każdym podzbiore, wszystkie połączenia reprezentowane przez tę macierz mogą być

zestawione. Podobnie potrzebujemy dwa inne podzbiory o tej samej liczbie komutatorów BV-WSSSs dla połączeń reprezentowanych odpowiednio przez macierze  $\mathbf{H}_{1,2}^{2 \times 2}$ ,  $\mathbf{H}_{2,3}^{2 \times 2}$  i  $\mathbf{H}_{3,1}^{2 \times 2}$ , oraz przez macierze  $\mathbf{H}_{1,3}^{2 \times 2}$ ,  $\mathbf{H}_{2,1}^{2 \times 2}$  i  $\mathbf{H}_{3,2}^{2 \times 2}$ .

W ogólnym przypadku macierz  $\mathbf{H}^{r \times r}$  może być podzielona na  $\lceil \frac{r}{2} \rceil^2$  podmacierzy  $\mathbf{H}^{2 \times 2}$ . Komutatory sekcji środkowej muszą być podzielone na  $\lceil \frac{r}{2} \rceil$  podzbiorów:  $\mathbb{M}_1, \mathbb{M}_2, \dots, \mathbb{M}_{\lceil \frac{r}{2} \rceil}$ . Istnieje wiele sposobów przypisania podmacierzy do tych podzbiorów  $\mathbb{M}_i$ , ale gdy moc każdego z tych podzbiorów jest określona równaniem (6.6), dowolne z dostępnych przypisań zakończy się sukcesem. Jedno z takich przypisań zostało wykorzystane w algorytmie CSSDr (algorytm 6.12). W celu przypisania komutatorów do połączeń, dla każdej podmacierzy i przypisanego podzbioru  $\mathbb{M}_i$  można stosować algorytm CSSD. Algorytm można także zastosować gdy  $r$  jest nieparzyste przez dodanie fikcyjnego wejścia i wyjścia. Wszystkie wejścia takiego fikcyjnego komutatora wejściowego mają być połączone w wyjściach fikcyjnego komutatora wyjściowego.

---

**Algorytm 6.12** Algorytm CSSDr (Center-Stage Switches Decomposition dla  $r > 2$ )
 

---

**Require:**  $\mathbb{C}$

- 1: Oblicz  $\mathbf{H}^{r \times r}$  dla  $\mathbb{C}$
  - 2: Podziel zestaw komutatorów sekcji środkowej  $\mathbb{M}$  na  $\mathbb{M}_i$  rozłącznych podzbiorów,  $i = \lceil \frac{r}{2} \rceil$ , liczba komutatorów w każdym podziorze jest określona wzorem (6.6)
  - 3: **for**  $x \leftarrow 1$  **to**  $\lceil \frac{r}{2} \rceil$  **do**
  - 4:   **for**  $i \leftarrow 1$  **to**  $\lceil \frac{r}{2} \rceil$  **do**
  - 5:      $j = (i + x - 1) \text{ MOD } \lceil \frac{r}{2} \rceil$
  - 6:     **if**  $(j = 0)$  **then**  $j = \lceil \frac{r}{2} \rceil$  **then**
  - 7:       Przypisz komutatory sekcji środkowej ze zbioru  $\mathbb{M}_i$  do  $\mathbf{H}_{i,j}^{2 \times 2}$  stosując algorytm CSSD;
  - 8:     **end if**
  - 9:   **end for**
  - 10: **end for**
  - 11: **return** Komutatory sekcji środkowej przypisane do połączeń.
- 

Z powyższego przykładu i wiedząc jak działa algorytm CSSDr, można podać bez dowodu następujące twierdzenie określające warunki, dla których algorytm CSSDr zawsze kończy się sukcesem w polu WSW2( $p, q, r, n, n$ ).

**Twierdzenie 6.3.** Pole komutacyjne WSW2( $p, q, r, n, n$ ) z  $r \geq 3$ ,  $n \geq 3$  i  $q \geq 2$  jest przestrajalne dla połączeń  $m$ -szczelinowych,  $1 \leq m \leq m_{\max} \leq n$ , przy zastosowaniu algorytmu CSSDr, gdy:

$$p \geq p_{\text{RNBS}}^{r \times r} = \left\lceil \frac{r}{2} \right\rceil p_{\text{RNBS}}^{2 \times 2}. \quad (6.15)$$

# 7

## Analiza i porównanie wyników

### 7.1. Pola komutacyjne WSW1( $r, n, k$ )

Liczba szczelin częstotliwościowych potrzebna w łączach międzysekcyjnych w polu WSW1( $r, n, k$ ) zależy od liczby szczelin w łączach wejściowych i wyjściowych  $n$  oraz liczby komutatorów w sekcjach wejściowej i wyjściowej  $r$ . Porównamy warunki przestrajalności z twierdzeń 5.5 – 5.9 z algorytmem grafowym (Graph) oraz warunkami nieblokowania w wąskim i szerokim sensie. Ponieważ warunki przestrajalności nie zależą od  $m_{\max}$ , będziemy uwzględniali warunki nieblokowania tylko dla  $m_{\max} = n$ . Liczba szczelin wymaganych w nieblokowanym w wąskim sensie polu WSW1( $r, n, k$ ) wyznacza następujący wzór:

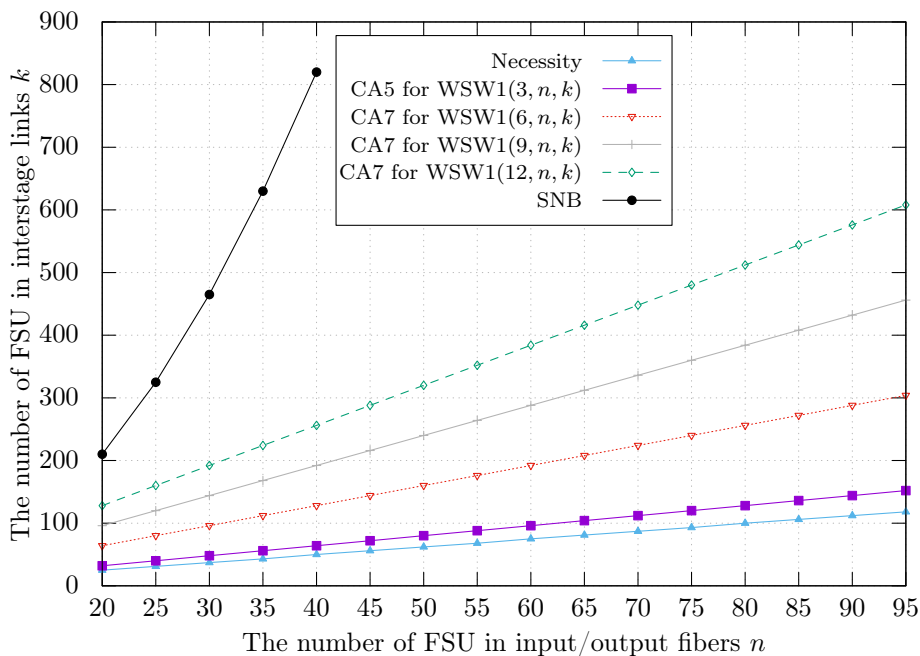
$$k \geq k_{\text{SNB}}^{r \times r} = \frac{n^2 + n}{2}. \quad (7.1)$$

Dla pól nieblokowania w szerokim sensie rozważamy wyniki dla algorytmu 3sFixFSU, w którym jeden punkt podziału jest równy  $\frac{n}{2}$ , a drugi punkt,  $m_1$ , zmienia się w zakresie od 2 do  $\lfloor \frac{n}{2} - 1 \rfloor$ . W przypadku algorytmu Graph przyjmujemy, że  $n \geq r$ , stąd  $s = \min \{ \lceil \frac{r}{2} \rceil ; \lceil \frac{n}{2} \rceil \}$ , a wymagana liczba szczelin częstotliwościowych w łączach międzysekcyjnych wynosi  $k_{\text{RNB}}^{r \times r}(\text{Graph}) \geq ns = n \lceil \frac{r}{2} \rceil$ .

W tabeli 7.1 porównujemy  $k_{\text{SNB}}^{r \times r}$ ,  $k_{\text{WNB}}^{r \times r}(m_1 = \frac{n}{4})$ ,  $k_{\text{WNB}}^{r \times r}(\text{Best } m_1)$ ,  $k_{\text{RNB}}^{r \times r}(\text{Graph})$ ,  $k_{\text{RNB}}^{r \times r}(\text{CA6})$ , i  $k_{\text{RNB}}^{r \times r}(\text{CA7})$  dla  $n = 20, 40, 60, 80, 160$  i  $320$ , i  $r$  zmieniającym się w zakresie od 2 do 9. Dla pól nieblokowania w szerokim sensie podano przypadek z  $m_1 = \frac{n}{4}$ , w którym dla  $n = 20$ , algorytm 3sFixFSU nie prowadzi do zmniejszenia wymaganej liczby szczelin częstotliwościowych. W pozostałych przypadkach pola nieblokowania w szerokim sensie prowadzą do zmniejszenia wymaganej liczby szczelin częstotliwościowych, w szczególności dla  $k_{\text{WNB}}^{r \times r}(\text{Best } m_1)$  otrzymanych dla  $m_1$ , które dają najlepsze wyniki. Co więcej, warunki nieblokowania w wąskim i szerokim sensie są większe niż warunki przestrajalności. Dla  $r = 2$  algorytm CA1 daje takie same wyniki jak algorytm Graph. Dla  $r > 2$  algorytm CA6 również daje takie same wyniki jak algorytm Graph. Dla  $r = 3$  algorytm CA5 daje lepsze wyniki niż algorytmy CA6 i Graph. Gdy  $r > 3$  możemy zastosować dwa podejścia, które polegają na podziale komutatorów na zbiory po dwa lub trzy komutatory wejściowe i wyjściowe. W pierwszym przypadku (podział po dwa komutatory) do zestawiania połączeń stosuje się algorytm CA6, podczas gdy algorytm CA7 jest stosowany w drugim przypadku. W przypadku gdy  $r$  jest wielokrotno-

ścią 3, w tabeli 7.2 zestawiono wyniki dla  $n = 20$  i  $n = 80$ , oraz dla  $r = 3, 6, 9, 12$  i  $15$ . Można zauważyć, że we wszystkich przypadkach algorytm CA7 jest lepszy niż algorytmy CA6 i Graph. Oznacza to, że warunki dostateczne podane w twierdzeniu 5.7 są lepsze niż inne znane do tej pory warunki. Gdy  $r$  jest nieparzyste i nie jest wielokrotnością 3, czasami algorytm CA7 daje lepsze wyniki, jak na przykład dla  $r = 5$  (dla  $n = 320$   $k_{\text{RNB}}^{5 \times 5}(\text{CA7}) = 644$  i  $k_{\text{RNB}}^{5 \times 5}(\text{Graph}) = 690$ ), podczas gdy w innych przypadkach, jak w przypadku  $r = 7$  (dla  $n = 320$   $k_{\text{RNB}}^{5 \times 5}(\text{CA7}) = 966$  i  $k_{\text{RNB}}^{5 \times 5}(\text{Graph}) = 920$ ), algorytmy CA6 i Graph są lepsze.

Należy zaznaczyć, że wierzenia dla  $r \geq 3$  podają warunki dostateczne. Dla  $r > 3$  są one zależne od  $r$ , podczas gdy warunki nieblokowania w wąskim sensie nie zależą od tej wielkości. Dlatego, dla większych  $r$ , może się zdarzyć, że  $k_{\text{RNB}}^{r \times r}$  będzie większe od  $k_{\text{SNB}}^{r \times r}$ , i w takim przypadku należy stosować pola nieblokowania w wąskim sensie do obsługi połączeń jednoczesnych. W przypadku algorytmu CA6 i  $m_{\text{max}} = n$ , pola nieblokowania w wąskim sensie są lepsze gdy warunki podane w twierdzeniu 5.9 są większe niż określone równaniem (7.1), to znaczy gdy  $n \lceil \frac{r}{2} \rceil > (n^2 + n)/2$ . Możemy powiedzieć, że ta nierówność jest prawdziwa dla  $r > n$  (w przypadku algorytmu CA7:  $r > n/2$ ). Oznacza to, że zastosowanie pól nieblokowania w wąskim sensie jest korzystniejsze niż pól przestrajalnych (przy obsłudze połączeń jednoczesnych) tylko wtedy, gdy liczba światłowodów obsługiwanych przez pole komutacyjne jest większa niż liczba szczelin częstotliwościowych w jednym światłowodzie wejściowym i wyjściowym. W praktycznych przypadkach  $n$  jest znaczeni większe niż  $r$  (w zakresie pasma C światłowodu i przy 12.5 GHz przypisanym jednej szczelinie częstotliwościowej,  $n$  wynosi około 320).



**Rys. 7.1.** Porównanie aktualnych warunków koniecznych i dostatecznych dla wybranych pól WSW1( $r, n, k$ ).

Na rysunku 7.1 porównano warunki dostateczne przestrajalności, gdy w polach WSW1( $3, n, k$ ) są stoso-



**Tablica 7.1.**

Porównanie wymaganej liczby szczelin częstotliwościowych  $k$  w polu WSW1( $r, n, k$ ) dla różnych  $n, r$  i algorytmów.

$n$	20	40	60	80	160	320
	$k$					
$k_{\text{SNB}}^{r \times r}$	210	820	1830	3240	12880	26565
$k_{\text{WNB}}^{r \times r} (m_1 = \frac{n}{4})$	210	743	1568	2693	10193	—
$k_{\text{WNB}}^{r \times r} (\text{Best } m_1)$	179	507	929	1436	4058	—
$k_{\text{RNB}}^{2 \times 2} (\text{Graph})$	20	40	60	80	160	320
$k_{\text{RNB}}^{2 \times 2} (\text{CA1})$						
$k_{\text{RNB}}^{3 \times 3} (\text{CA5})$	28	56	84	112	224	322
$k_{\text{RNB}}^{3 \times 3} (\text{Graph})$	40	80	120	160	320	460
$k_{\text{RNB}}^{3 \times 3} (\text{CA6})$						
$k_{\text{RNB}}^{4 \times 4} (\text{Graph})$	40	80	120	160	320	460
$k_{\text{RNB}}^{4 \times 4} (\text{CA6})$						
$k_{\text{RNB}}^{4 \times 4} (\text{CA7})$	56	112	168	224	448	644
$k_{\text{RNB}}^{5 \times 5} (\text{CA7})$						
$k_{\text{RNB}}^{6 \times 6} (\text{CA7})$						
$k_{\text{RNB}}^{5 \times 5} (\text{Graph})$	60	120	180	240	480	690
$k_{\text{RNB}}^{5 \times 5} (\text{CA6})$						
$k_{\text{RNB}}^{6 \times 6} (\text{Graph})$						
$k_{\text{RNB}}^{6 \times 6} (\text{CA6})$						
$k_{\text{RNB}}^{7 \times 7} (\text{Graph})$	80	160	240	320	640	920
$k_{\text{RNB}}^{7 \times 7} (\text{CA6})$						
$k_{\text{RNB}}^{8 \times 8} (\text{Graph})$						
$k_{\text{RNB}}^{8 \times 8} (\text{CA6})$						
$k_{\text{RNB}}^{7 \times 7} (\text{CA7})$	84	168	252	336	672	966
$k_{\text{RNB}}^{8 \times 8} (\text{CA7})$						
$k_{\text{RNB}}^{9 \times 9} (\text{CA7})$						
$k_{\text{RNB}}^{9 \times 9} (\text{Graph})$	100	200	300	400	800	1150
$k_{\text{RNB}}^{9 \times 9} (\text{CA6})$						

$k_{\text{SNB}}^{r \times r}$  – wymagane  $k$  dla pól WSW1( $r, n, k$ ) nieblokwalnych w wąskim sensie;

$k_{\text{RNB}}^{r \times r} (\text{Graph})$  – wymagane  $k$  dla pól przestrajalnych WSW1( $r, n, k$ ) przestrajalnych z algorytmem Graph;

$k_{\text{RNB}}^{r \times r} (\text{CA}i)$  – wymagane  $k$  dla pól WSW1( $r, n, k$ ) przestrajalnych z algorytmem CA*i*;

wane algorytmy CA5 i CA7 oraz gdy  $r$  jest wielokrotnością 3. Jak można zauważyć, różnica między warunkami dostatecznymi i koniecznymi rośnie wraz z  $n$ . Jednakże nie jest znany obecnie lepszy algorytm od zaproponowanego w rozprawie.

**Tablica 7.2.**Różne wartości  $k$  dla pól WSW1( $r, n, k$ ) i wybranych  $r$  i  $n = 20, 80$ .

$n$	$r$	$k_{\text{RNB}}^{r \times r}$ (Graph)	$k_{\text{RNB}}^{r \times r}$ (CA6)	$k_{\text{RNB}}^{r \times r}$ (CA7)
20	3	40	40	28
	6	60	60	56
	9	100	100	84
	12	120	120	112
	15	160	160	140
80	3	160	160	112
	6	240	240	224
	9	400	400	336
	12	480	480	448
	15	640	640	560

## 7.2. Pola komutacyjne WSW2( $p, q, r, n, n$ )

Liczba komutatorów potrzebna w sekcji środkowej pola WSW2( $p, q, 2, n, n$ ) zależy od parametrów  $n, k$  i  $q$ . Wymagana liczba tych komutatorów polepsza się wraz ze wzrostem tych parametrów. Porównamy warunki przestrajalności z twierdzeń 6.1 – 6.3 z warunkami nieblokowania w wąskim sensie. Ponieważ warunki nieblokowania w wąskim sensie zależą od  $m_{\max}$ , w obliczeniach uwzględnialiśmy tylko przypadek  $m_{\max} = n$ . Liczba komutatorów w sekcji środkowej w nieblokowanym w wąskim sensie polu WSW2( $p, q, r, n, n$ ) została obliczona przy pomocy następującego wzoru:

$$p \geq p_{\text{SNB}}^{r \times r} = \max_{1 \leq m \leq m_{\max}} \left\{ \left\lfloor \frac{2(nq - m)}{\lfloor \frac{k}{m} \rfloor} \right\rfloor + 1 \right\}. \quad (7.2)$$

W tabeli 7.3 porównano  $p_{\text{SNB}}^{2 \times 2}$ ,  $p_{\text{RNBn}}^{2 \times 2}$  i  $p_{\text{RNBs}}^{2 \times 2}$  – oznaczone w tabeli odpowiednio przez SNB, RNBn i RNBs – w polach komutacyjnych WSW2( $p, q, 2, n, n$ ), które spełniają warunki nieblokowania w wąskim sensie, oraz warunki konieczne i dostateczne przestrajalności. Przestrajalne pola komutacyjne, tak jak oczekiwano, wymagają znacząco mniej komutatorów niż pola nieblokowane w wąskim sensie. Dla małych wielkości  $q$  pola komutacyjne wymagają tylko kilku komutatorów w sekcji środkowej, nawet gdy  $n$  jest całkiem duże, a różnica między warunkami koniecznymi i dostatecznymi nie jest znacząca, ale rośnie wraz z  $n$  i  $q$ . Na przykład, gdy  $n = 320$  i  $q = 8$ , potrzebujemy co najmniej 10 komutatorów w sekcji środkowej przy warunku koniecznym, podczas gdy zaproponowane warunki dostateczne wymagają 15 komutatorów aby z sukcesem zestawień

dowolny zestaw połączeń. Pola nieblokowane w wąskim sensie wymagają w takim przypadku 4799 komutatorów w sekcji środkowej. Różnica między warunkami nieblokowania w wąskim sensie i przestrajalności jest tak duża, że trudno było pokazać te wyniki razem na jednym wykresie. Dlatego do porównania stosujemy tylko tabele. Różnica między warunkami koniecznymi i dostatecznymi pokazuje, że albo możliwe jest skonstruowanie zestawu połączeń, który wymaga większej liczby komutatorów sekcji środkowej niż tej podanej w twierdzeniu 6.1, albo można zaproponować inny algorytm, który będzie w stanie zestwieć wszystkie możliwe zestawy połączeń przy użyciu mniejszej liczby tych komutatorów.

Wymaganą liczbę komutatorów w sekcji środkowej w polach  $WSW2(p, q, r, n, n)$  nieblokowanych w wąskim sensie i przestrajalnych, w przypadku gdy  $r > 2$ , porównano w tabeli 7.4. Wybraliśmy kilka wartości  $q$  i  $r$ , wszystkie są potęgą dwójki. Wartości  $n$  są wielokrotnością dziesięciu. Warunki nieblokowania w wąskim sensie i warunki konieczne przestrajalności nie zależą od  $r$ ; dlatego zostały one umieszczone w jednej kolumnie. Warunki wystarczające przestrajalności dla pól komutacyjnych z  $r > 2$  bazują na algorytmach zaproponowanych dla pól z  $r = 2$ , stąd, gdy  $r$  rośnie, liczba wymaganych komutatorów w sekcji środkowej także rośnie. Dla dużych wartości  $r$  liczba ta może przekroczyć liczbę wyznaczoną przez warunki nieblokowania w wąskim sensie, ale dla praktycznych wartości  $n$ , które są zazwyczaj duże, podczas gdy  $q$  jest zazwyczaj małe, różnica między warunkami nieblokowania w wąskim sensie a przestrajalności jest korzystna. Na przykład, gdy  $r = q = 8$ , to znaczy, że pole komutacyjne obsługuje  $N = qr = 64$  światłowodów wejściowych i wyjściowych, potrzebujemy tylko 60 komutatorów w sekcji środkowej pola przestrajalnego, podczas gdy pole nieblokowane w wąskim sensie wymaga 2399 takich komutatorów. Warunki konieczne przestrajalności mogą być poprawione przez zaproponowanie innych algorytmów zestawiania połączeń, które będą w stanie przypisać niektóre połączenia do niewykorzystanych szczelin częstotliwościowych w łączach do innych komutatorów sekcji środkowej. Zgodnie z warunkiem koniecznym, tylko 10 komutatorów jest na pewno niezbędnych w sekcji środkowej.

**Tablica 7.3.**

Liczba komutatorów w sekcji środkowej  $p_{\text{SNB}}^{2 \times 2}$ ,  $p_{\text{RNBn}}^{2 \times 2}$  i  $p_{\text{RNBs}}^{2 \times 2}$  w polach WSW2( $p, q, 2, n, n$ )  
o różnych wartościach  $q$  i  $n$

$n$		$q$								
		2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	SNB	15	25	35	45	55	65	75	85	95
	RNBn	3	4	5	6	8	9	10	11	13
	RNBs	3	5	6	8	10	11	13	15	16
10	SNB	29	49	69	89	109	129	149	169	189
	RNBn	3	4	5	6	8	9	10	11	13
	RNBs	3	5	7	8	10	12	13	15	17
20	SNB	59	99	139	179	219	259	299	339	379
	RNBn	3	4	5	6	8	9	10	11	13
	RNBs	3	5	7	9	11	12	14	16	18
40	SNB	119	199	279	359	439	519	599	679	759
	RNBn	3	4	5	6	8	9	10	11	13
	RNBs	3	5	7	9	11	13	15	17	19
80	SNB	239	399	559	719	879	1039	1199	1359	1519
	RNBn	3	4	5	6	8	9	10	11	13
	RNBs	3	5	7	9	11	13	15	17	19
160	SNB	479	799	1119	1439	1759	2079	2399	2719	3039
	RNBn	3	4	5	6	8	9	10	11	13
	RNBs	3	5	7	9	11	13	15	17	19
320	SNB	959	1599	2239	2879	3519	4159	4799	5439	6079
	RNBn	3	4	5	6	8	9	10	11	13
	RNBs	3	5	7	9	11	13	15	17	19

**Tablica 7.4.**

Liczba komutatorów w sekcji środkowej  $p_{SNB}^{r \times r}$ ,  $p_{RNBn}^{r \times r}$  i  $p_{RNBs}^{r \times r}$  w polach WSW2( $p, q, r, n, n$ ) z różnymi wartościami  $q, r$  i  $n$

$q$	$n$	SNB	RNBn	RNBs			
				$r = 2$	$r = 4$	$r = 8$	$r = 16$
2	10	29	3	3	6	12	24
	20	59	3	3	6	12	24
	40	119	3	3	6	12	24
	80	239	3	3	6	12	24
	160	479	3	3	6	12	24
	320	959	3	3	6	12	24
4	10	69	5	7	14	21	56
	20	139	5	7	14	21	56
	40	279	5	7	14	21	56
	80	559	5	7	14	21	56
	160	1119	5	7	14	21	56
	320	2239	5	7	14	21	56
8	10	149	10	13	26	52	104
	20	299	10	14	28	56	112
	40	599	10	15	30	60	120
	80	1199	10	15	30	60	120
	160	2399	10	15	30	60	120
	320	4799	10	15	30	60	120
16	10	309	20	27	54	108	216
	20	619	20	29	58	116	232
	40	1239	20	30	60	120	240
	80	2479	20	31	62	124	248
	160	4959	20	31	62	124	248
	320	9919	20	31	62	124	248



# 8

## Wnioski

Głównym celem pracy było zaproponowanie algorytmów do jednoczesnego zestawiania połączeń i wyznaczenia warunków przestrajalności pól komutacyjnych  $WSW1(r, n, k)$  i  $WSW2(p, q, r, n, n)$ , aby zmniejszyć liczbę potrzebnych elementów komutacyjnych i zredukować koszty budowy tych pól. Oba pola składają się z trzech sekcji, gdzie pierwsza i ostatnia sekcja składa się z komutatorów umożliwiających konwersję widma, podczas gdy sekcja druga zawiera tylko komutatory przestrzenne. Różnica między nimi jest taka, że pole  $WSW2(p, q, r, n, n)$  zawiera w pierwszej i ostatniej sekcji komutatory z wieloma światłowodami wejściowymi/wyjściowymi a w sekcji środkowej – wiele komutatorów przestrzennych. W przeciwieństwie, pole  $WSW1(r, n, k)$  zawiera tylko jeden światłowód wejściowy/wyjściowy w sekcjach zewnętrznych i jeden komutator w sekcji środkowej. Chociaż pola  $WSW1(r, n, k)$  i  $WSW2(p, q, r, n, n)$  są podobne do pól Closa, opracowane dla nich wyniki nie mogą być bezpośrednio stosowane dla obu rozważanych pól. Jest to spowodowane przez konieczność zajmowania przez połączenia tylko sąsiednich szczelin częstotliwościowych.

Najpierw rozważano warunki przestrajalności dla pól  $WSW1(r, n, k)$  obsługujących tylko kilka rodzajów połączeń. Wyniki te następnie uogólniono na pola obsługujące dowolną liczbę rodzajów połączeń. Zaproponowano siedem algorytmów wyboru drogi połączeniowej opartych na dekompozycji macierzy oraz wyprawdzono nowe warunki konieczne i dostateczne przestrajalności pól  $WSW1$ . Pierwszy z algorytmów, CA1, jest przeznaczony do zestawiania połączeń w polach  $WSW1(2, n, k)$  i daje on takie same rezultaty jak algorytm oparty na kolorowaniu grafów. Algorytm CA6 jest z kolei rozszerzeniem algorytmu CA1 na pola  $WSW1(r, n, k)$  z  $r > 2$  i także daje wyniki podobne jak algorytm wykorzystujący kolorowanie grafów. Dla pól  $WSW1(3, n, k)$  algorytm CA5 (najlepszy z algorytmów CA2, CA3 i CA4) jest lepszy od algorytmu kolorowania grafów i CA6. Dla pól z  $r > 3$  najlepsze wyniki daje algorytm CA7 (będący rozszerzeniem algorytmu CA5), w przypadku gdy  $r$  jest wielokrotnością 3. Wykazaliśmy także, że gdy  $r = 2, k = n$  jest konieczne i wystarczające do zestawienia wszystkich połączeń w łączach międzysekcyjnych.

Rozważaliśmy także warunki konieczne i wystarczające przestrajalności pól  $WSW2(p, q, r, n, n)$ . Po pierwsze, udowodniliśmy warunki konieczne przestrajalności tych pól i pokazaliśmy, że w przeciwieństwie do tradycyjnych pól Closa, pola  $WSW2(p, q, r, n, n)$  wymagają ekspansji w komutatorach pierwszej sekcji. Gdy  $n > 5$  i  $q > 5$ , liczba komutatorów w sekcji środkowej jest około 25% większa niż liczba wejść w jednym komutato-

rze wejściowym ( $p \approx 1.25q$ ). Po drugie, zaproponowane algorytmy CSSD i CSSDr umożliwiają przypisanie szczelin częstotliwościowych bezpośrednio z tablic lub macierz, a najbardziej czasochłonnym zadaniem jest posortowanie macierzy połączeń (w przypadku  $r = 2$  sortowanie jest nawet niepotrzebne).

## Główne osiągnięcia rozprawy

Osiągnięcia i wkład wniesiony przez rozprawę doktorską można podsumować w następujących punktach:

- Wyprowadzenie i udowodnienie warunków koniecznych i dostatecznych przestrajalności pól WSW1( $2, n, k$ ) (twierdzenie 5.5) i zaproponowanie algorytmu CA1 (algorytm 5.3) do zestawiania połączeń w tym polu.
- Wyprowadzenie i udowodnienie warunków koniecznych i dostatecznych przestrajalności pól WSW1( $3, n, k$ ) (twierdzenie 5.6) i pokazanie, że liczba szczelin częstotliwościowych w łączach międzysekcyjnych musi być przynajmniej 25% większa od liczby szczelin w łączach wejściowych i wyjściowych.
- Zaproponowanie czterech algorytmów zestawiania połączeń w polach WSW1( $3, n, k$ ) (CA2, CA3, CA4 i CA5) i udowodnienie, że najlepszy z tych algorytmów (CA5) może realizować wszystkie możliwe zestawy połączeń przy  $n + \lfloor \frac{2n}{5} \rfloor$  szczelinach częstotliwościowych w łączach międzysekcyjnych (twierdzenie 5.7).
- Zaproponowanie dwóch algorytmów sterowania dla pól komutacyjnych WSW1( $r > 3, n, k$ ) (algorytmy CA6 i CA7) oraz wyprowadzenie wzoru na liczbę wymaganych szczelin częstotliwościowych w łączach międzysekcyjnych, aby możliwe było zestawianie wszystkich możliwych zestawów połączeń (twierdzenia 5.8 i 5.9).
- Wyprowadzenie i udowodnienie warunków koniecznych przestrajalności pól komutacyjnych WSW2( $p, q, r, n, n$ ) (twierdzenie 6.1).
- Wyprowadzenie i udowodnienie warunków dostatecznych przestrajalności pola komutacyjnego WSW2( $p, q, 2, n, n$ ) (twierdzenie 6.2) i zaproponowanie algorytmu CSSD, który pozwala na zestawienie dowolnego zestawu połączeń w wyznaczonych granicach, to znaczy gdy liczba komutatorów sekcji środkowej jest około dwukrotnie większa od liczby wejść w komutatorze wejściowym ( $p \leq 2q - 1$ ).
- Rozszerzenie algorytmu CSSD na pola WSW2( $p, q, r, n, n$ ) (algorytm CSSDr) i wyznaczenie wymaganej liczby komutatorów w sekcji środkowej dla tego algorytmu (twierdzenie 6.3).

W świetle wymienionych powyżej osiągnięć możemy stwierdzić, że teza pracy: *Algorytmy dekompozycji macierzy, zaproponowane do realizacji komutacji jednoczesnej w trzysekcyjnych polach Closa nie mogą*



*być bezpośrednio stosowane do zestawiania połączeń w polach WSW1 i WSW2, ale możliwe jest ich takie zmodyfikowanie, że mogą one realizować z sukcesem takie zestawy połączeń.*, została udowodniona.



# 9

## Publikacje

Wyniki badań przedstawione w niniejszej rozprawie zostały opublikowane w wielu materiałach konferencyjnych i czasopismach. Jestem współautorem poniższych publikacji.

Następujące artykuły opublikowano w czasopismach indeksowanych w Journal Citation Report (JCR):

1. W. Kabaciński, A. Al-Tameemi, and R. Rajewski, “Necessary and Sufficient Conditions for the Rearrangeability of WSW1 Switching Fabrics,” in *IEEE Access*, vol. 7, pp.64993 – 65006, 2019, DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2917092.
2. W. Kabaciński, A. Al-Tameemi, and R. Rajewski, “Rearrangeability of Wavelength-Space-Wavelength Switching Fabric Architecture for Elastic Optical Switches,” in *IEEE Access*, vol. 7, pp. 18622 – 18633, 2019, DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2896283.
3. W. Kabaciński, R. Rajewski, and A. Al-Tameemi, “Rearrangeable  $2 \times 2$  Elastic Optical Switch with two Connection Rates and Spectrum Conversion Capability,” *Photonic Network Communications*, vol. 39, pp. 78 – 90, DOI: 10.1007/s11107 – 019 – 00858 – 8, 2019.

Następujące artykuły opublikowano w innych czasopismach:

1. W. Kabaciński, R. Rajewski, and A. Al-Tameemi, “Rearrangeability of  $2 \times 2$  WSW Elastic Switching Fabrics with Two Connection Rates,” *Journal of Telecommunications and Information Technology*, no. 1, pp. 11 – 17, 2018.
2. W. Kabaciński, R. Rajewski, and A. Al-Tameemi, “Algorithms for Simultaneous Connections Routing in 2 WSW1 Switching Fabrics for Two Connections Rates,” *Przegląd Telekomunikacyjny (Telecommunication Review)*, pp. 933 – 940, vol. LXXXIX, 2017.
3. W. Kabaciński, R. Rajewski, and A. Al-Tameemi, “Rearrangeable Nonblocking Conditions in Switching Fabrics for Elastic Optical Networks Serving Few Kinds of Connections,” *Przegląd Telekomunikacyjny (Telecommunication Review)*, pp. 933 – 940, vol. LXXXX, 2018.

4. W. Kabaciński, A. Al-Tameemi, and R. Rajewski, "Necessary Conditions for Rearrangeability of W-S-W Elastic Optical Switches," *Przegląd Telekomunikacyjny (Telecommunication Review)*, pp. 645 – 650, vol. 7, 2019.

Artykuły opublikowane na konferencjach międzynarodowych:

1. W. Kabaciński, R. Rajewski, and A. Al-Tameemi, "Simultaneous Connections Routing in W-S-W Elastic Optical Switches with Limited Number of Connection Rates," in *21st International Conference on Optical Networks Design and Modeling (ONDM)*, Budapeszt, Węgry, 2017, pp. 1 – 6.
2. W. Kabaciński and A. Al-Tameemi, "Control Algorithms for Simultaneous Connections Routing in Flexible Optical Switching Networks," in *International Conference on Photonics in Switching and Computing (PSC18)*, Limassol, Cypr, 2018.
3. W. Kabaciński, R. Rajewski, and A. Al-Tameemi, "Rearrangeability of  $2 \times 2$  W-S-W Elastic Switching Fabric with Two Connection Rates," in *Proc. IEICE Information and Communication Technology Forum ICTF 2017*, Poznań, Poland, 2017.